超對稱破缺(II)

文/陳文峰

本文介紹了各種超對稱破缺的機制，包括由經典純量位能所實現的超對稱自發破缺、非微擾量子修正引起的動力學超對稱破缺、重力傳遞的超對稱破缺、規範場傳遞的超對稱破缺和反常傳遞的超對稱破缺。

1.為什麼考慮超對稱

無論從數學結構的優美還是從潛在的物理應用考慮，現在似乎很少有人懷疑具有超對稱的場論將會是超越粒子物理標準模型的一個最適當和最吸引人的理論。首先，正如我們所熟知的，量子場論源於近代物理的兩大基石—狹義相對論和量子理論的結合。狹義相對論的代數基礎是洛倫茲群，做爲時空對稱群，超對稱代數是物理上所允許的洛倫茲群的唯一可能的擴展。尤其是如果我們把超對稱定域化，其變換參數是時空座標的函數，我們將會得到一個包括重力的超對稱理論，這樣的一個理論稱爲超重力。另一方面，超重力理論是具有超對稱的弦理論(簡稱爲超弦)的低能有效理論。超弦理論由於其交互作用不同於點粒子的定域交互作用，因此基於弦理論所計算的重力子的高階散射振幅沒有紫外發散，這樣我們就有了一個能夠描述量子重力的合理理論。眾所周知直接把廣義相對論和量子力學結合來構造一個描述量子重力的理論是行不通的。原因是我們得到的理論是不能重整化的。因此，超對稱間接的提供了一個描述量子重力的途徑。其次，從粒子物理的現象來考慮，超對稱提供了一個有效解決規範階化問題的方法。量子場論一個最重要的特徵是自然性，它所包含的意思是場論中有量綱的參數完全是由理論中的對稱性來制約的。例如，場論中最典型的有量綱的參數是粒子的質量，規範不變性決定了規範場是無質量的，手徵對稱性要求費米子應是無質量的。在不具有超對稱的理論中，唯獨沒有任何對稱性來限制純量場的質量參數。正是出於這個原因，在標準模型中，做爲純量場的希格斯粒子的質量的量子修正有二次發散。這樣我們需要做從普郎克尺度到弱電交互作用的能量尺度非常精細的調制，這在物理上來說是非常不自然的。超對稱的引入恰好提供了一個限制純量粒子的質量在量子效應中增值過快的一個機制。原因是在具有超對稱理論中，每個粒子都有一個與其具有相反統計的超對稱伴隨粒子。也就是說，每一個玻色子都有一個與之相伴的費米子，或者反過來，每一個費米子都有一個伴隨的玻色子，進一步玻色子和費米子產生相反的量子修正。因此在具有超對稱的標準模型中，純量場質量的量子修正中二次發散被其自旋爲 1/2 伴隨費米子產生的量子修正抵銷掉了，只剩下所謂的對數發散。我們因此避免了跨越十幾個數量級的能量尺度來調制質量參數的問題。

超對稱還有一個重要的應用，那就是它使得 $SU_L(2)\times U_Y(1)$弱電理論和 $SU_C(3)$強交互作用的統一成爲可能。在量子場論中耦合參數是能量尺度的函數。具體計算標明 $SU_L(2)\times U_Y(1)$弱電理論的耦合參數隨能量的增高而變強，而 $SU_C(3)$的耦合參數隨著能量的提高而減弱，但是它們的耦合參數並不會交於同一點。只有在 $SU_C(3)\times SU_L(2)\times U_Y(1)$超對稱標準模型中，這三個耦合參數才會在某一能量尺度(稱爲超對稱大統一能量尺度)交會於同一點。

另外，在高能天文物理中，觀察數據表明宇宙主要是由暗物質和暗能量組成。人們一直在尋找到底什麼是暗物質，現在有一種傾向認爲冷的暗物質可能由最輕的超對稱粒子組成的。最後，超對稱也對爲什麼宇宙常數如此之小提供一個合理的解釋。小的宇宙常數這個問題自從廣義相對論創立之初一直困擾著物理學家。從廣義相對論做爲一個有效場論的觀點來看，宇宙常數源自量子場論的真空能量。另一方面一個具

有超對稱的理論其哈密頓量實際是超對稱生成元的平方。因此，如果超對稱存在，真空能量應等於零，這樣超對稱對小的宇宙常數提供了一個解釋。

2.如何破缺超對稱

至少在低能情況下，超對稱不可能是自然界的一個精確的對稱性。超對稱決定了在同一超多重態的玻色子和費米子應具有相同的質量。到目前為止，在我們所知道的粒子中，從來沒有觀察到任何玻色子和費米子具有相等的質量。因此，超對稱一定在某個我們現在的高能物理實驗還沒有達到的能量尺度上破缺。

到底如何破缺超對稱呢？這是由物理的要求來決定的。從物理上考慮，我們希望在超對稱破缺的理論中純量場的兩點函數在一階量子修正的水平上應當保持沒有二次發散。否則的話，引入超對稱沒有任何意義。這個要求對超對稱破缺的機制加了一個非常嚴格的限制。通常在作用量或拉氏量中稱這些破壞超對稱的項是軟性的(soft breaking)，也就是說它們至多只能對純量場的兩點函數產生對數發散。

如何才能得到這些軟性的破壞超對稱的作用量呢？我們可以從規範對稱性的自發破缺得到啟示。我們知道，雖然規範對稱性的自發破缺賦予向量粒子質量，但是對稱性在破缺之前所具有的某些性質，比如瓦德恆等式(Ward Identity)和由此導致的理論的可重整性並未受到影響。基於同樣的考慮，我們可以利用超對稱的自發破缺來得到所需要的軟性的超對稱破缺項。

超對稱的自發破缺意味著理論的真空態不是超對稱不變的，也就是說，如果$Q_\alpha\left(\alpha=1,2\right)$是超對稱的生成元(或超荷)，我們應有

$$Q_\alpha\left|0\right.>\neq 0$$

另一方面考慮到超對稱代數

$$\left\{Q_\alpha,\overline{Q_\beta}\right\}=2\sigma^\mu_{\alpha\beta}P_\mu=2\left(H\delta_{\alpha\beta}-\sigma_{\alpha\beta}\cdot P\right)$$

我們有

$$H=\frac{1}{4}\left\{Q_1,\overline{Q_1}\right\}+\left\{Q_2,\overline{Q_2}\right\}$$

即$H\sim\left|Q\right|^2$。因此$Q_\alpha\left|0\right.>\neq 0$意即$H\left|0\right.>\neq 0$。所以超對稱自發破缺意味著理論沒有零能真空態。一個場論的哈密頓量是由動能和位能組成。動能項總是正的，因此真空態是由位能項的極值來確定的。對一個具有超對稱的場論，超對稱對其作用量的具體形式賦予了很強的限制。這個事實在用超空間表達的超對稱拉氏量中表現的非常明顯。它總是可以分為兩部份，一部份是 Kähler 位能$K\left(\Phi^+,\Phi\right)$，它是物質(手徵)超場$\Phi$和其複共軛$\Phi^+$的實泛函。另一部份是超位能部份$W\left(\Phi\right)$。超位能具有非常優美的特徵，它是手徵(或反手徵)超場的解析(或反解析)泛函。超位能的這個特徵稱為全純性(holomorphy)。超對稱場論的拉氏量的這些特徵決定了其純量位能由兩部份組成

$$V=F_i*F_i+\frac{1}{2}\left[\left(D^a\right)^2+\left(D'\right)^2\right]$$

這兩部份通常稱為 D 項和 F 項。F_i和$D^a\left(D'\right)$是純量手徵超場和非交換性(交換性)向量超場的輔助場分量，也就是說它們不是動力場。我們可以利用運動方程式把F_i和D^a，D'用其它動力場表示，特別是 F 場可以表達為超位能的導數

$$F\left(\phi\right)=\left.\frac{\partial W}{\partial\Phi}\right|_{\Phi\to\phi}$$

這個方程給出了超位能和純量位能的關係$V\left(\phi\right)=\left|\frac{\partial W}{\partial\Phi}\right|^2_{\Phi\to\phi}$。此關係在討論超對稱的動力學破缺中非常有用。其原因可以強調如下，超對稱的自發破缺意味著零能真空態的消失，而真空態是由純量位能的極值點(純量場的真空期望值)來標示。純量位能和超位能存在上述方程給出的關係，而超位能由於它對手徵超場的全純依賴性(holomorphy dependence)可以

很容易地確定。因此這對於觀察動力學超對稱破缺大有幫助。

以下我們介紹用純量位能所實現超對稱破缺在粒子物理中的可行性。由於 $\partial V/\partial F \sim F$，$\partial V/\partial D \sim D$ 因此超對稱可以在以下任一可能性發生的情況下自發破缺。

$$\langle 0|F_i|0\rangle \neq 0 \text{或} \langle 0|D^a|0\rangle \neq 0 \ ,\ \langle 0|D'|0\rangle \neq 0 \text{。}$$

前者通常稱為 F 項破缺或 O'Raifeartaigh 破缺，後者稱為 D 項破缺或 Fayet-Illiopolous 破缺。但是几乎不可能把由經典位能造成的這兩種破缺機制應用到現實的物理模型中。原因是在超對稱自發破缺以後，雖然粒子和其超對稱伴隨粒子的質量簡併性(degeneracy)被分開了，但是玻色子和費米子質量仍滿足一個重要的約束。此約束由所謂的"超跡"定理(Supertrace)給出，它表明對任一超對稱理論，玻色子和費米子質量的平方按照其自由度來計數的話應是相等的，其數學表達式為

$$Str(m^2) = \sum_J (-1)^{2J}(2J+1)M_J^2 = 0$$

其中 M_J 是自旋為 J 的粒子質量。這個定理隱藏著一個荒謬的推論—超粒子比其伴隨粒子要輕。這明顯是不能接受的，因為如果是這樣的話，超粒子早就應該被發現了。因此超跡定理實際上已經排除了構造一個由經典位能來實現超對稱破缺，從而應用到現實物理模型的可能性。

怎樣才能走出這個困境呢？關鍵是找到一個擺脫超跡定理的超對稱自發破缺機制。這個出發點引起了近二十年來幾種新的超對稱破缺機制的誕生和舊的超對稱破缺機制的復活，這包括重力傳遞的超對稱破缺、規範場傳遞的超對稱破缺、反常傳遞的超對稱破缺和非微擾效應引起的動力學超對稱破缺。以下我將首先回顧一下最早提出的通過構造經典位能來造成的超對稱自發破缺。儘管它們對現實物理模型的構造毫無用處，但是畢竟是第一步的嘗試，然後介紹一下動力學超對稱破缺和幾種由規範場重力和反常傳遞的超對稱破缺。在開始介紹這些破缺機制之前，讓我首先引用一下當今超對稱場論和超弦理論大師，普林斯頓高等學術研究院威騰(Witten)教授對超對稱破缺的看法:『到目前為止，沒有一個超對稱破缺的機制是完美的，因為它們都對超對稱理論的宇宙學描述帶來困難』。

3.各種超對稱破缺機制

一、經典位能造成的超對稱自發破缺

我們前面提到過這種類型的超對稱破缺有兩種，其一是 F 項破缺，它是由 O'Raifeartaigh 首先提出的，這種破缺發生在包含手徵超場的理論。為了構造能夠實現超對稱破缺的經典位能，我們必須引入幾種帶有不同手徵 $U_R(1)$ 對稱性荷的手徵超場。順便提一下，R 對稱性是超對稱理論最重要的特徵之一。它是一種手徵對稱性，這種對稱性的存在源於超對稱的生成元是具有手徵性的費米子量。因此總有這樣一個手徵對稱性伴隨著超對稱。對擴充的 $N \geq 2$ 的超對稱理論，此手徵對稱性是非交換性的。對簡單的 $N=1$ 的超對稱，它是 $U(1)$ 對稱性。由於超位能的 R 荷必須是 2，因此通常引入 R 荷是 2 和 R 荷為 0 的手徵超場來構造超位能。在適當的安排下，由超位能導出的 F 項不可能等於零，這就導致了超對稱的自發破缺。例如，我們考慮一個超對稱場論模型，它有 k 個 R 荷為 2 的手徵超場 $\phi_i^{(c)}, i=1,...,k$ 和 λ 個 R 荷中性的手徵超場 $\phi_A^{(n)}, A=1,...,\lambda$。根據 $U_R(1)$ 對稱性超位能的一般形式應當如下

$$W[\Phi] = \sum_{i=1}^{k} \Phi_i^{(c)} f_i[\Phi_A^{(n)}]$$

帶有 R 荷的場 $\Phi_i^{(c)}$ 的運動方程(也稱為 F 項條件) $F_i^{(c)} = \dfrac{\partial W}{\partial \Phi_i^{(c)}} = 0$，給出了 k 個包含 λ 個未知變量

$\Phi_A^{(n)}$的運動方程。在$k > \lambda$的情形下，這些方程通常沒有解，因此 F 項條件不成立即超對稱破缺。這就是所謂的 F 項破缺是如何發生破缺機制的。

另一種經典位能引起的超對稱破缺是所謂D項破缺，這種破缺機制出現在包含向量超場的超對稱規範理論中與F項破缺不同之處是D項來源於超對稱規範理論的 Kähler 位能部份。它的一般形式爲

$$K = f\left(\Phi^+ e^{gV}\Phi, \overline{\Phi}^+ e^{-gV}\overline{\Phi}, W^+W, S\right)$$

其中$\Phi\left(\overline{\Phi}\right)$代表(反)手徵物質超場。$W$ 是向量超場V的場強， g 是規範耦合， S 是代表規範單態場。Fayet-Illiopoulos 破缺要求理論一定包含一個$U(1)$規範交互作用。這樣超對稱和規範對稱性允許在 Kähler 位能中引入一個正比於向量超場的項$\xi_{FI}V$。此項通常稱爲 Fayet-Illiopolous 項。這樣$U(1)$超對稱規範理論的最低階的 Kähler 位能爲以下形式

$$K = \Phi^+ e^{gV}\Phi + \overline{\Phi}^+ e^{-gV}\overline{\Phi} + \xi_{FI}V$$

此 Kähler 位能和超位能中的質量項給出以下純量位能

$$V = \frac{g2}{2}\left(\phi^+\phi - \overline{\phi}^+\overline{\phi} + \xi\right)^2 + m^2\left(\phi^+\phi + \overline{\phi}^+\overline{\phi}\right)$$

我們可以明顯地看到如果$\xi_{FI} \neq 0$，此純量位能總是正的。從超對稱破缺以後的粒子譜來看，當參數滿足$g^2\xi < m^2$ ，純量場的真空期望值等於零，規範對稱性保持，超對稱破缺。純量物質粒子的質量矩陣的本徵值爲$m_\pm^2 = m^2 \pm g^2\xi$ ，其超對稱伴隨粒子的質量爲m。規範場的超對稱伴隨粒子仍保持無質量的。它可以自然解釋爲對應於稱超對稱自發破缺的哥德斯通粒子(Goldstone particle)。另一種情形是參數滿足於$g^2\xi > m^2$ ，在這種情形下純量物質場$\overline{\phi}$具有真空期望值

$$\left\langle\overline{\phi}\right\rangle = \nu = \left(2\xi - \frac{4m^2}{g^2}\right)^{1/2}, \left\langle\overline{\phi}\right\rangle = 0$$

這樣規範對稱性和超對稱同時破缺了，並且 D 項和 F 項都不等於零，超對稱破缺是該兩種類型的混合。結果粒子譜包括質量爲$g\nu/\sqrt{2}$的一個向量粒子和一個實純量粒子，一個質量爲$\sqrt{2}m$的複純量場，兩個質量爲$\left(m^2 + g^2\nu^2/2\right)^{1/2}$的費米子。對應於超對稱自發破缺的哥德斯通(Goldstone)費米子是規範場的超對稱伴隨粒子和帶$U(1)$正電荷的費米子的組合。

這兩種經典位能提供的超對稱破缺所導致的粒子質量都受到超跡定理的限制。實際上人們曾經對 Fayet-Illiopolous 破缺機制在現實的物理模型中應用寄予希望。因爲$U(1)$交互作用的存在表明$Str\left(m^2\right) = -2gD'\sum_i Y^{(i)} \neq 0$ ，其中Y 是與$U(1)$規範場耦合的各種物質場帶的$U(1)$荷。但是仔細分析表明這種破缺機制並沒有避開超跡定理。這個原因如下，首先如果這個$U(1)$規範交互作用是標準模型的$U_Y(1)$，規範反常(Anomaly)抵消要求$\sum_i Y^{(i)} = 0$ ，因此超跡定理仍然成立。如果$U(1)$是一個新的規範群，這個$U(1)$可引來新的規範反常(Anomaly)。很難在原有的標準模型中引入一個無反常的新的$U(1)$規範交互作用。即使這個新的$U(1)$規範交互作用的反常互相抵消，也不可能完全消去混合的規範和重力反常。Alvarez-Gaume 和威騰在 1984 年一篇有名的關於重力反常的工作中明確指出，爲了消去混合的規範和重力反常，參與$U(1)$規範交互作用的場所帶的$U(1)$荷之和一定爲零。更致命的是 Fischler, Nilles, Polchinski, Raby 和 Susskind 在 80 年初證明，具有非零 Fayet-Illiopoulos 項和非零$U(1)$荷的超對稱場論模型實際仍有二次發散，儘管此模型的超對稱是自發破缺的。另外 Fayet-Illiopoulos 參數的量子修正也有二次發散。實際上，通過對超對稱破缺模型的有效位能的計算表明，如果超跡定理不滿足，理論一定有二次發散。我們引入超對稱的目的之一是消除二次發散。因此，這完全排除了 Fayet-Illiopoulos 破缺機制在現實物理

模型中有所應用的可能性。因此我們必須走出經典位能之外想辦法。

二、動力學超對稱破缺

動力學超對稱破缺是威騰在八十年代初所提出的，它的意思是理論具有在經典意義下超對稱不變的真空，但是量子修正消除了超對稱真空。我們知道如果超對稱在經典情況下不破缺，不重整化定理保證理論在任意階的微擾理論中都不會破缺。因此，動力學超對稱破缺只能由非微擾量子效應來實現，例如典型的非微擾效應是由瞬子(instanton)在拓撲不等價的真空之間造成的穿隧效應引起的。與經典位能引起的超對稱自發破缺相比較，動力學超對稱破缺不僅能夠保持超對稱所解決了的規範階化(即無二次發散)問題，而且能夠進一步解釋規範階化的起源，也就是說它能解釋爲什麼標準模型粒子的質量比普郎克(Planck)尺度小很多。這是因爲非微擾的量子修正正比於 $e^{-8\pi^2/g^2}$，其中 g 是規範耦合。這個指數因子可以把超對稱破缺的尺度壓低到普郎克尺度下十幾個數量級，而標準模型中的弱電尺度通過超對稱破缺項的大小聯繫於超對稱破缺的尺度。這就解釋了爲什麼弱電尺度與普那克尺度相比如此之小。

動力學超對稱破缺的發生與否對模型的要求非常嚴格，有一些間接的準則來判斷是否一個模型能夠呈現動力學超對稱破缺。首先，判斷動力學超對稱是否能夠發生的量是威騰指數，它定義爲玻色和費米零能真空態數目之差。這是一個拓撲不變量。顯然，如果一個超對稱理論的威騰指數不等於零，理論一定有零能真空態，這樣超對稱不破缺。這個簡單的判據排除了純楊密爾斯理論(Yang-Mills)和有質量的向量規範理論具有動力學超對稱破缺的可能性。因爲很明顯它們具有非零的威騰指數。對無質量的向量型的理論，單純地考察威騰指數不能對動力學超對稱破缺的發生與否給出一個明確的判斷。對於手徵理論，由於我們對於費米場不能引入質量項，這些理論有可能具有動力學超對稱破缺。

判斷動力學超對稱破缺的第二個方法是觀察理論的整體對稱性是否自發破缺。這個方法對於其純量位能無平坦方向的理論特別有效。我們知道如果理論的整體對稱性自發破缺，哥德斯通(Goldstone)粒子一定出現。在這種情況下，如果超對稱不破缺，此哥德斯通粒子一定是某一手徵超場的純量分量。另一方面，因爲不存在由哥德斯通粒子所屬的手徵超場組成的純量位能，此手徵超場的輔助場分量就提供了一個平坦方向。這與理論最初無平坦方向的出發點矛盾。因此，超對稱必須破缺才能防止哥德斯通粒子形成一個手徵超多重態(supermultiplet)。

第三個判斷的方法是計算規範超對稱伴隨粒子的凝聚態是否發生。這個判據源於超對稱規範理論中有名的 Konishi 反常。它是超對稱規範理論所獨有的。此反常方程的算符形式爲

$$\left\{Q,\overline{\psi}\phi\right\}=m\overline{\phi}\phi+\frac{g^2}{32}\lambda\lambda$$

其中 Q 是超對稱變換的生成元，λ 和 ψ 分別是規範超對稱伴隨粒子和夸克，它們是用二分量(或稱旋量)的形式寫出的。ϕ 和 $\overline{\phi}$ 分別是夸克和反夸克手徵超場的純量分量。通常經典意義的超對稱變換只能給出 $m\overline{\phi}\phi$ 項，但是量子修正會給出複合算符 $\lambda\lambda$ 項。因此，$\langle\lambda\lambda\rangle\neq 0$ 標示著超對稱動力學破缺。

基於上述判斷，人們發現了很多具有動力學超對稱破缺的模型。早期發現的都是手徵模型，並且是在弱耦合的情況下發生動力學超對稱破缺的。這些模型包括阿夫萊克(Affleck)、達因(Dine)和塞伯格(Seiberg)最早提出的 SU(3)×SU(2)超對稱規範理論(3-2 模型)，SU(5)模型和 SU(4)×U(1)理論(4-1 模型)。3-2 模型有兩個夸克屬於 SU(3)×SU(2)的基本表示，但是只有其左手分量參與 SU(2)的規範交互作用。在經典情況下此模型具有 D 平坦方向，因而具有超對稱真空，但是非微擾的量子修正生成的超位能消除了所有的經典超對

稱真空態。例如當 SU(2)的規範耦合遠小於 SU(3)的規範耦合，SU(2)的瞬子效應可以忽略，但 SU(3)瞬子效應產生了一個超位能，從而破壞了超對稱。SU(5)模型和 3-2 模型的動力學超對稱破缺機制非常相似。但是對 4-1 模型，其動力學超對稱破缺是由規範超對稱伴隨粒子凝聚生成的超位能來實現的。

近些年來，隨著在研究非微擾超對稱規範理論中的進展，人們發展了一些研究動力學超對稱破缺的方法，例如對偶性(Duality)。這樣人們可以對一些模型的強耦合區域做一些定量的計算。基於這些進展，人們發現一些理論在強耦合情況下也能發生動力學超對稱破缺。特別是，人們構造了從前以爲不可能實際上具有動力學超對稱破缺的模型。最典型是殷垂里根特—湯馬士—井流—柳田模型(Intriligator—Thomas—Izawa—Yanagida，ITIY)。此模型是 SU(2)規範理論，物質場包括兩個夸克和六個色單態的手徵超場。它是一向量模型，其威騰指數爲 2，似乎不可能具有動力學超對稱破缺。但是，實際上威騰指數都是在一有限的空間中計算的，通常假定當空間趨向於無窮大時，真空應當穩定。但是對於無質量的超對稱規範理論，實際情況不是這樣，一些在有限時空出現的真空態在無窮大的時空極限時會消失。ITIY 模型正是屬於此類情況。向量型的模型具有動力學超對稱破缺是個新的現象，它擴展了我們對動力學超對稱破缺的理解。

至於應用動力學超對稱破缺到現實的物理模型，自從動力學超對稱破缺提出以來，一直有很多嘗試。但是基本上沒有什麼成效。如果我們只考慮通常的最小超對稱標準模型，這種破缺機制基本上毫無用處，原因是非微擾的效應太小了，根本不可能得到我們所需要的破缺項。這種非微擾效應導致的超粒子的質量甚至比我們通常觀察到的粒子的質量都小。因此我們必須引入一個新的交互作用非常強的部份來擴充最小超對稱標準模型，利用它來引發動力學超對稱破缺，然後通過重力或規範交互作用傳遞到通常的標準模型部份，這就是近些年來流行的重力和規範傳遞的超對稱破缺，以下對此逐一做簡短介紹。

三、規範傳遞的超對稱破缺

爲了能夠把動力學超對稱破缺應用到最小超對稱標準模型，我們必須擴充此模型，這樣得到的模型由三部份組成。一是可觀察的部份(observable sectors)，它包括通常的夸克、輕子、兩個 Higgs SU(2)二重態以及它們的超對稱伴隨粒子。其次是隱藏部份(secluded or hidden)，它是負責如何導致超對稱破缺的，對這一部份完整的描述。到目前爲並不十分清楚，只知道由於它造成超對稱破缺，其中一定有哥德斯通場的超對稱伴隨粒子，它應是某一手徵超場的費米分量。此手徵超場的玻色分量(純量和輔助場分量)應有不爲零的真空期望值 $\langle \mathrm{X} \rangle = M + \theta^2 F \neq 0$。參數 M 和 $\sqrt{F}$ 實際上決定了理論的能量尺度，最簡單的隱藏部份是考慮手徵超場 X 就是對應於超對稱自發破缺的哥德斯通場的超對稱伴隨粒子超場。一般的情況是哥德斯通場的超對稱伴隨粒子是各種手徵超場的組合。最後一個重要的成份是信使部份(Messenger)，此部份是由一些新的手徵超場組成。這些手徵超場構成規範群的實多重態並且與哥德斯通場的超對稱伴隨粒子所屬的手徵超場直接耦合，正是這個交互作用給予信使場數量級爲 M 的質量，並且導致了信使場所屬超多重態有數量級爲 F 的質量平方差異。到目前爲止，我們對信使部份的物理本質的了解也不十分清楚，一個合理的猜測是信使和隱藏部份應有共同的物理起源。

以下我們介紹一下隱藏部份產生的超對稱破缺是如何通過信使傳遞到可觀察的部份，並且給出相對應的軟性破缺項。我們首先須指明信使場，最簡單的信使場是 N_f 個手徵 Φ_i 和 $\overline{\Phi_i}$ ，它們分別構成了規範群的某一表現(representation)和相應的共軛表現。這意味著信使場與可觀察部份的向量多重態存在規範交互作用。另一方面，信使場和做爲隱藏場的哥德斯通場的超對稱伴隨粒子的交互作用由以下超位能描述

$$W = \lambda_{ij} \overline{\Phi_i} \mathrm{X} \Phi_j$$

當隱藏場 X 具有不爲零真空期望值時，Φ_i 和 $\overline{\Phi_i}$ 的費米分量構成爲 λM 的 Dirac 費米子，它們的純量分量也具有質量矩陣，但是不同於 λM 。例如在只有一個單一的隱藏場 X 的情況下，信使場的重新組合的純量分量 $\left(\Phi_i + \overline{\Phi}_i^+\right)/\sqrt{2}$ 和 $\left(\overline{\Phi_i} - \Phi_i^+\right)/\sqrt{2}$ 的質量分別爲 $\sqrt{(\lambda M)^2 \pm \lambda F}$ ，這樣信使部份的超對稱破缺了。以下我們看一下這個超對稱破缺是如何傳遞到可觀察的部份。由於可觀察的部份和隱藏部份無直接經典交互作用，因此，隱藏場的真空期望值對可觀察部份的超對稱毫無影響，但是在量子情況下可觀察部份的粒子與其超對稱伴隨粒子會產生質量分裂。此原因可大致解釋如下。首先，類似於通常的標準模型可觀察部份中向量玻色子和物質費米子場的質量是由規範對稱性來決定的。如果規範對稱性不自發破缺，它們是無質量的。但是一旦超對稱破缺，其超對稱伴隨粒子完全可以與規範對稱性自洽地得到質量。典型的方法是通過量子修正來產生。規範場的超對稱伴隨粒子的質量可以通過它與信使場的規範交互作用導致的一階量子修正來產生。由於超夸克和超輕子與信使場無直接交互作用，它們必須通過規範場才能與信使場發生關係，因此它們的質量必須通過二階量子修正來生成。由這些量子修正所確定的有效作用量就給出了我們需要的超對稱軟破缺項，當然在寫下這些軟破缺項時，我們需要一些技術處理，例如只考慮在超對稱破缺下可重整的項。

以上考慮的只是所謂的最小規範傳遞的模型，其中做爲隱藏場的哥德斯通場的超對稱伴隨粒子是單一的手徵超場的費米分量。此手徵超場的真空期望值的玻色分量 M 和 F 是相關的。這種情形完全可以推廣到哥德斯通場的超對稱伴隨粒子聯繫於數個手徵超場的費米分量。這個推廣會導致新的超粒子質量生成機制。例如，超夸克和超輕子可以從一階量子修正誘導的 Fayet-Illiopolous 項得到質量。另一個推廣是引入可重整的描述信使場和物質場交互作用的超位能。雖然種交互作用項是規範超對稱性所允許的，但是通常會破壞味對稱性(Flavor symmetry)。儘管這個超位能給出了物質場和信使場的一個直接的交互作用。但是只要做爲隱藏場的哥德斯通場的超對稱伴隨粒子只是一個手徵超場的費米分量，超夸克和超輕子的質量項只能由二階量子修正來生成。不過這種交互作用會導致一階量子修正生成 A 型三線性(tri-linear)超對稱破缺項。另外以上考慮的情形中，信使場是手徵超場，也可以選擇規範(向量)超多重態做爲信使場。這樣在超對稱破缺的同時，規範對稱性也可能破缺，但是應保持標準模型的規範群不破缺。這種規範傳遞的超對稱破缺的情形大致如下。由於規範對稱性發生破缺，考慮到超希格斯機制(Super Higgs mechanism)，在信使場中對應於破缺生成元的向量玻色子及其超對稱伴隨粒子得到正比於 M 的質量。但是與 F 相關的超對稱破缺效應引起了做爲信使場規範超多重態的質量分裂，從而對可觀察的部份提供了由量子修正所引起的超對稱軟破缺項。還有一種可能的情形就是不只隱藏部份，而且信使部份也是強耦合的。在這種情況下，前面所說的由微擾量子修正來生成的超對稱軟破缺項的機制就不適用了，但是一些定性的分析表明強耦合的信使部份導致的軟破缺項和上面所介紹的弱耦合的信使部分引起的軟破缺項的形式是一致的。另外也存在其他可能對信使場的選擇，例如信使場是包含希格斯粒子的大統一多重態，但是這樣的選擇會帶來許多問題。總之，在規範交互作用傳遞的超對稱破缺中對隱藏部份，和信使部份的物理實質的理解並不完全清楚。

四、重力傳遞的超對稱破缺

重力傳遞的超對稱破缺這個思想在八十年代早期就提出了。我們知道重力是一個萬有的交互作用，所有的粒子都參與重力交互作用。因此我們自然地想到選擇超重力場做爲信使場，也就是說隱藏部份的超對稱破缺通過交換重力子傳遞到可觀察的部份。

類似於規範傳遞的超對稱破缺機制，可觀察部份和隱藏的部份，不存在直接的交互作用。它們都必須與做爲信使場的超重力耦合。我們只考慮具有簡單超對稱(N=1)的超重力，其粒子譜只有自旋爲 2 的重力子

和自旋爲 3/2 的超對稱伴隨粒子。可觀察部份是通常的最小超對稱標準模型，其粒子譜由手徵超場 Φ^i 和向量超場 V 描述。對隱藏部份，我們將只考慮最簡單的情況，它只包含一個手徵超場 X 。這樣我們就知道了信使部份與可觀察部份和隱藏部份是如何耦合。這是因爲超重力場與手徵超場和向量場的交互作用完全由超對稱，廣義協變性和規範對稱性來決定。

一般來說，它們交互作用的超空間作用量，總是由超重力作用量，手徵超場的 Kähler 位能和超位能，以及規範場的動能項組成。

$$S = \int d4xd^2\theta \frac{E^{-1}}{\tilde{R}}$$
$$\left\{ -\frac{3}{k^2}\tilde{R} + \tilde{R}K(\Phi^+,\Phi) + \left[\tilde{W}(\Phi) + \frac{1}{2}\tilde{W}^\alpha \tilde{W}_\alpha\right] + [c\cdot c] \right\}$$

其中 $E = \det E_M^A$，E_M^A 是超標架場，$\tilde{R}$ 是超里茲(Ricci)純曲率，Φ 是手徵超場，$K(\Phi^+,\Phi)$ 是 Kähler 位能，$\tilde{W}^\alpha$ 是彎曲超空間中向量超場 V 的場強，$\tilde{W}(\Phi)$ 是彎曲超空間的超位能。爲了便於討論物理問題，我們用分量場形式寫出必要的幾項。

$$S =$$
$$\int d4xe \begin{Bmatrix} -\frac{1}{2\kappa^2}R + K_i^j \partial_\mu \phi^i \partial^\mu \phi_j^* - e^K \left[K_i (K^{-1})^i_j K^j - 3\right] \\ -\frac{1}{4}\mathrm{Re}[f_{ab}(\phi_i)] F^a_{\mu\nu} F^{\mu\nu b} + e^{K/2} \psi_\mu \sigma^{\mu\nu} \psi_\nu + \cdots \end{Bmatrix}$$

其中 $e = \det e_\mu^\alpha$ ， e_μ^α 是通常的 4 維彎曲時空的標架

$$K_i = \partial K \Big/ \partial \Phi^i \Big|_{\Phi\to\phi} \quad , \quad K^j = \partial K \Big/ \partial \Phi_j^* \Big|_{\Phi\to\phi} \quad ,$$

$$K_i^j = \partial^2 K \Big/ \partial\Phi^i \partial\Phi_j^* \Big|_{\Phi\to\phi}$$

R 是通常的里茲純曲率，ψ_μ 是重力子的超對稱伴隨粒子，$F_{ab}(\phi_i)$ 是手徵超場 Φ_i 的純量分量的解析函數。以上方程中的純量位能爲

$$V(\phi,\phi^*) = e^K \left[K_i (K^{-1})^i_j K^j - 3\right]$$

是我們討論隱藏部份的超對稱破缺所需要的。應當強調的是在導出以上純量位能時，我們已經應用了 Φ_i 的附助場的運動方程。

$$F_i = e^{K/2}(K^{-1})_i^j K_j + \cdots$$

尤其是我們沒有考慮可能存在的 D 項，它也是有可能出在純量位能中的。通常爲了使理論能夠在物理上很好地定義，例如 $K_i^j > 0$，Kähler 位能必須滿足一定的條件。在超重力中一個常用的選擇是

$$K(\Phi,\Phi^*) = \frac{\Phi^i \Phi_i^*}{M^2} + \log\frac{|W(\Phi)|^2}{M^6}$$

其中 $M \equiv \kappa^{-1} = \frac{M_{Pl}}{\sqrt{8\pi}}$ 。這個 Kähler 位能決定了一個包括超重力和手徵超場的物理系統的純量位能

$$V = \exp\frac{\phi^i\phi_i^*}{M^2}\left(\left|\frac{\partial W}{\partial\phi_i} + \frac{\phi_i^* W(\phi)}{M^2}\right|^2 - \frac{3}{M^2}|W|^2\right)$$

現在我們回到要討論的物理系統，即超重力耦合於可觀察部份和隱藏部份。超對稱破缺由隱藏部份引起。到目前爲止，我們知道有兩種模型，其一是所謂的 Polonyi 模型，隱藏部份只有一個手徵超場 X ，相應的超位能爲

$$W_H(\mathrm{X}) = m^2(\mathrm{X} + c)$$

其中 c 是待定的常數手徵超場。超對稱破缺是由隱藏部份的 F 項破缺引起，即 $\langle F_X \rangle \neq 0$。另一種模型是隱藏部份有向量超場。規範場的超對稱伴隨粒子凝聚引起超對稱破缺。我們只考慮 Polonyi 模型，系統的超位能是可觀察部份和隱藏部份的超位能之和。

$$W(\mathrm{X},\Phi^i) = W_H(\mathrm{X}) + W_V(\Phi^i)$$

相應的純量位能爲

$$V = \exp\left(\frac{|\phi_X|^2 + |\phi^i|^2}{M^2}\right)$$

$$\left(\left|\frac{\partial W_H}{\partial \phi_X} + \frac{\phi_X^* W_H}{M^2}\right|^2 + \left|\frac{\partial W_V}{\partial \phi_i} + \frac{\phi_i^* W_V}{M^2}\right|^2 - \frac{3}{M^2}|W|^2\right)$$

從此純量位能出發，我們要求隱藏部份的超對稱自發破缺，也就是說此純量位能的極值$V_{\min}$應出現在$\langle \phi_X \rangle \neq 0$之處。但是還有一個必要的物理要求，這就是因爲這是一個重力系統，宇宙常數應該等於零(或很小)。由於宇宙常數正比於系統的真空能，所以純量位能的極值實際上必須是零。這樣$\partial V / \partial \phi_X = \partial V / \partial \phi_x^* = 0$ 和 $V = 0$ 決定了$\langle \phi_X \rangle = (\sqrt{3} - 1)M$，$c = (2 - \sqrt{3})M$。這樣隱藏部份的超對稱破缺了，考慮到超重力和隱藏部份的耦合，利用超希格斯機制，重力子的超對稱伴隨粒子吃掉隱藏部份的超對稱破缺產生的哥德斯通場的超對稱伴隨粒子，從而變成有質量的

$$m^{3/2} = M \exp\left[\frac{1}{2} G\left(\langle \phi_X \rangle, \langle \phi_X^* \rangle\right)\right] = \frac{m^2}{M} e^{2-\sqrt{3}}$$

這樣超重力中的超對稱破缺。但是參數$M = \kappa^{-1}$表明信使部份的超對稱破缺是發生在普郎克尺度的。而可觀察部份的超對稱破缺應發生在遠低於普郎克能量尺度上，例如 1 Tev。基於這個事實，我們可以取$M \to \infty$的極限來得到系統的低質能有效理論，這實際上是一個使重力退耦(decouple)的過程。具體的做法是積去系統其質量接近於普郎克尺度的場。這樣得到的低能有效理論的有效純量位能爲

$$V_{eff} = \left|\frac{\partial W_o}{\partial \phi^i}\right|^2 + V_{soft}$$

$$W_o = \exp(2 - \sqrt{3}) W_V$$

$$V_{soft} = \left(m_{3/2}\right)^2 |\phi^i|^2 + m_{3/2}\left[\frac{\partial W_o}{\partial \phi^i}\phi^i + c \cdot c\right]$$

因此我們在可觀察的部份得到一個具有超位能和軟破缺項的(整體)超對稱規範理論，

$$I_{eff} = L_{global} - V_{soft}$$

超重力的貢獻包括在軟性的超對稱破缺項中。這樣我們就用一個具體的模型展示了重力傳遞的超對稱破缺是如此進行的。但是應當強調的是在寫出上面的低能有效位能時，我們實際上做了一個精細調制(fine tuning)，即選擇隱藏部份的超位能中的不定參數和其純量場的真空期望值中出現的不定參數使低能有效位能中的宇宙常數項等於零。這是重力傳遞的超對稱破缺機制的致命缺點。實際上在任何包含重力的理論中，此精細調制是不可避免的。這個問題只能當我們理解宇宙常數爲什麼如此之小的物理原因後才能避開。

五、反常傳遞的超對稱破缺

最後，我們簡單介紹反常的$U_X(1)$傳遞的超對稱破缺的主要思想。此破缺機制的設置大體如下：信使場是$U_X(1)$規範超多重態。隱藏部份是一對手徵超場Φ^-和Φ^+，它們分別帶有$U_X(1)$荷-1 和+1，因此信使部份和隱藏部份的耦合是$U_X(1)$規範交互作用。至於$U_X(1)$部份是如何與可觀察部份相耦合的，這必須用到可觀察部份是如何來自超弦理論的低能有效理論的知識。因此我們只是結論性地說，從超弦理論的角度來看，$U_X(1)$對稱性會自然地出現在可觀察部份，而且可能有不只一個$U(1)$對稱性。但是至少有一個$U(1)$對稱性是反常的。這是超弦理論中著名的格林-史瓦茲(Green-Schwarz)反常相消機制的要求。這樣就決定了一定有$U_X(1)$向量超場和可觀察部份場的耦合。

現在我們可以看一下超對稱破缺是如何發生的。由於$U_X(1)$在可觀察部份是反常的，這意味著可觀察部份的場所帶的$U_X(1)$荷之和不爲 0。這樣在弦理論的低能有效理論中，會產生正比於$U_X(1)$之和的 Fayet-Illiopolous 項。因此系統的有效位能中的 D 項爲

$$D^2 = \left(\sum Q_i |\phi_i|^2 + |\phi^+|^2 - |\phi^-|^2 + \xi\right)^2$$

其中 Q_i 是可觀察部份的場 ϕ_i 所帶的 $U_X(1)$ 荷，$\xi = \frac{g^2}{192\pi^2} M_{Pl}^2 \sum Q_i$ 是 Fayet-Illiopolous 項的系數，g 是 $U_X(1)$ 規範耦合。當然此 D 項並不能保證超對稱破缺會發生，因為我們可以調整 ϕ^- 中的真空期望值使之抵消 ξ。但是在隱藏部份，非微擾效應可以產生對隱藏場產生一質量項超位能

$$W = m\Phi^+\Phi^-$$

此超位能給出的 F 項純量位能和以上 D 項純量導致了隱藏部份的超對稱破缺和 $U_X(1)$ 規範對稱性破缺。根據希格斯機制，$U_X(1)$ 的信使規範場就會吃掉隱藏部份的規範對稱性破缺所產生的哥德斯通玻色子從而變成有質量的。而 $U_X(1)$ 向量超多重態中的超對稱粒子會得到不同的質量。所以信使部份的超對稱破缺。這樣超對稱破缺就傳遞到可觀察的部份。

$U_X(1)$ 傳遞的超對稱破缺的優點是它避免了在重力傳遞的超對稱破缺中出現的精細調制宇宙常數問題。

4.總結

以上我們只是簡短介紹了超對稱破缺的物理動機和實現超對稱破缺的思想和方法。本文基本上沒有涉及超對稱破缺在粒子物理現象學方面的具體應用。這一方面固然是由於篇幅有限，實際上的原因是我對於此方面的了解十分有限。大致來說，規範和重力傳遞的超對稱破缺在粒子物理的現象學方面，例如超粒子的質量，給出了很明確的理論預測。到底超對稱在自然界是否存在，超對稱是如何破缺的和由此導致的新物理，我們希望幾年之後在日內瓦正在建造的大型強子對撞機會給我們一個明確的答案。

致謝：我非常感謝國家理論科學研究中心秘書張春雲小姐在百忙中逐字打印，以及國立清華大學物理系的博士研究生陳艦旭先生協助改正一些學術用語，詹傳宗博士仔細閱讀此文並提出一些修正，我也對林貴林教授和張敬民教授邀請撰寫此文表示感謝。

參考資料

1. M. F. Sohnius, Phys. Rept. **128**, 39 (1985).
2. H. P. Nilles, Phys. Rept. **110**, 1 (1984).
3. E. Witten, Nucl. Phys. **B202**, 253 (1982).
4. I. Affleck, M. Dine and N. Seiberg, Nucl. Phys. **B241**, 493 (1984); **B256**, 557 (1985).
5. M. Chaichian, W.F. Chen and C. Montonen, Phys. Rept. **346** 89 (2001).
6. G. F. Giudice and R. Rattazzi, Phys. Rept. **322,** 419 (1999).
7. L. Hall, J. Lykken and S. Weinberg, Phys. Rev. **D27**, 2359 (1983).
8. G. R. Dvali and A. Pomarol, Phys. Rev. Lett. **77**, 3728 (1996).

作者簡介

陳文峰，分別於 1988 年和 1991 年在蘭州大學物理系學士和碩士畢業。1996 年初在北京中國科學院理論物理研究所獲得博士學位。爾後分別在芬蘭赫爾辛基大學—赫爾辛基物理研究所和加拿大溫尼伯大學、國富大學和滑鐵盧大學任博士後研究員、資深博士後研究員和臨時講師。2004 年二月起任職於國家理論科學研究中心物理組客座助理教授。

mailto: wfchen@phys.cts.nthu.edu.tw