

# 隱密的對稱

文/高涌泉

剛獲得今年諾貝爾物理獎的葛羅斯(D. Gross)曾對過去數十年來基本物理的進展下過一句評論：「自然的秘密在於對稱。」他又認為：「在尋找新的、更基本的自然定律的時候，我們應該從尋找新的對稱下手。」葛羅斯的確說出了物理中非常重要的原則，不過他當然不是第一個有這種體認的人—在他之前，楊振寧就已經說過：「對稱決定交互作用。」可是楊振寧也不是頭一個對於對稱有深刻了解的人，他會說那個頭銜屬於愛因斯坦—愛氏的狹義相對論與廣義相對論正是闡明對稱意義的最佳例子。可是愛因斯坦只是開了個頭，我們還需要更多的具體例子才能肯定「自然的秘密在於對稱」，這裡頭包括了重要的楊振寧與密爾斯(R. Mills)的非阿貝爾(non-abelian)規範場論。

對一般人來說，最能夠表現對稱概念的是特殊的幾何結構(形狀)，例如圓、球、正方形、正多面體等等。任何人看到這些幾何圖像，都可以馬上看出它們的對稱性。也有人因為太欣賞這些幾何結構的「完美」，而想用它們來解釋自然現象。一個的例子是古代希臘人非常喜歡圓這樣完美的曲線，因而用它們來描述天體的運動，並進而建構天體模型如地心說與日心說。另一個例子是克普勒(J. Kepler)利用五種正多面體(四面體、立方體、八面體、十二面體、二十面體)來說明為什麼太陽系有六個行星(當時人們所知道的行星只有看得見的水星、金星、地球、火星、木星、土星等六個)。儘管這些模型頗具巧思，從表面上看也似乎有其道理，但是我們已經知道這些都是錯誤的講法。因此所謂「自然的秘密在於對稱」這種觀點的意義當然不是藉著上述具體圖像的模型來展現。

無論是愛因斯坦，或是楊振寧、葛羅斯，或是任何其他當今的物理學家，當他們在談論「自然的對稱」

的時候，他們所指的主要是「物理運動方程式的對稱」。也就是說，方程式在某些變換(例如平移、旋轉、廣義的座標變換、規範變換等)之下，仍能維持它們的形式。所以例如：方程式在平移之下不變就代表方程式有平移對稱性，而方程式在規範變換下不變就表示方程式有規範對稱。因為方程式是「看不到」的東西，不像行星的軌跡那樣「具體」，所以對於一般人來說「方程式的對稱」還是比較抽象的概念。既然方程式可以藉由最小作用量原理推導出來，所以方程式的對稱也可以解釋成是作用量的對稱，亦即作用量在前面所提的變換之下是不變的。一般而言，檢驗作用量是否不變乃是確認對稱性的最簡單方法。

當楊振寧說「對稱決定交互作用」的時候，他的意思是對於局部規範變換(包括廣義座標變換)這種特殊的變換而言，對稱的要求可以決定作用量的形式。換句話說，在這種變換之下，只有特定的作用量才能維持不變。由於作用量決定交互作用的形式，所以選擇了特定的局部規範對稱就等於選擇(或者說決定)了交互作用。(由於我們常常可以從物理的角度來解釋對稱變換的意義，所以我們也就有了某種物理上的理由來說明交互作用的存在。)幾個重要的例子：局部阿貝爾規範對稱決定了電子與光子之間的作用形式；局部非阿貝爾規範對稱決定了膠子與膠子間以及夸克與膠子間的作用形式；廣義座標變換對稱決定了重力交互作用等等。難怪葛羅斯會說尋找新的對稱是尋找新自然定律的捷徑。

一旦方程式的對稱性確立了，我們馬上就有以下的好處：假如我們知道了方程式的某個解，利用對稱變換，我們就可以得到另一個解。這樣的好處在量子力學中的意義是：透過對稱變換，不同的量子態可以

聯繫起來，所以光從對稱性的存在，我們就可以(由數學上的群表現理論)知道能譜的一些重要規律。例如，週期表的規律性正是旋轉對稱的展現。反過來講，我們也可以從能譜的規律去推論出對稱的形式；這個策略是粒子物理中很重要的策略，因為粒子物理的一大問題就是從所發現的粒子(或共振態)去推敲出背後的物理，發現對稱性可以說是重要的第一步。不過我得在此強調**局部**規範對稱和一般對稱(如旋轉、平移或其他總體對稱)不一樣：雖然一般對稱變換與局部規範對稱變換都能夠聯繫不同的解，但是一般對稱變換所聯繫的不同解的確代表不同的物理狀態，但是局部規範對稱變換所聯繫的不同解卻是代表相同的物理狀態，也就是說局部規範對稱變換所提供的是同一個物理的不同描述。另外一個重要的結果是對於一般的量子力學系統來說，最低能量態(基態)是唯一的，而且在對稱變換下是不變的狀態。

總之，我們已經學到，自然現象的規律背後常常有隱密的對稱。為什麼說是隱密的對稱呢？因為自然規律與對稱的關係是抽象的數學關係，而不是憑直覺就可以很快理解的簡單關係，像古希臘人那種比較單純的想像(例如把旋轉對稱與圓形軌跡聯繫起來)。

但是還有一種情況可以讓對稱性**更為**隱密，那就是所謂的「**自發失稱**」。這種情況只會出現在具有無窮維自由度的系統上，一般有限維的量子力學系統並不會有這種情形。簡單的說，自發失稱的意思是儘管系統的作用量有對稱性，但是系統的基態在對稱變換之下卻沒有保持不變。換句話說，系統的基態是簡併的一對稱變換可以將基態轉變成具有相同能量的另一個狀態。人們最常舉的例子是鐵磁性系統：雖然系統具有旋轉對稱，但是系統(在零溫度)的基態是自旋全部指向某特定方向(也就是磁化的方向)的狀態，所以這樣的基態就不能在任意的旋轉之下都保持不變。另外一個例子是超導體：著名的BCS超導體理論的基態並沒有規範對稱，儘管作用量具有這種對稱。(有些人把認為這種情形為「基態自動破壞了對稱」，所以才有所謂「自發失稱」的說法。)

自發失稱系統和前面提到的對稱系統不一樣，一般而言它的能譜不具有單純從對稱關係得出來的規律，所以我們不容易從系統所表現的物理性質去推敲出背後的對稱。(這就是為什麼人們得花上數十年時間才了解超導體的秘密。首先將自發失稱概念用於超導體的是藍道(L. Landau)與金斯堡(L. Ginzburg)，金斯堡去年還因此獲得諾貝爾物理獎。)這樣的系統有一個重要的特色，那就是在沒有長距作用力(例如庫倫作用力)的情況下，它一定會有無質量的南部-戈氏玻色子(Nambu-Goldstone boson)，這些粒子有特定的交互作用形式，可以用來檢驗自發失稱是否成立。磁性系統中的自旋波就是南部-戈氏玻色子的著名例子。

上世紀六零、七零年代，一些有遠見的物理學家如南部、萬伯格(S. Weinberg)、沙朗(A. Salam)等人，將自發失稱的概念用到粒子物理上：南部把 $\pi$ 介子解釋成一種南部-戈氏玻色子，闡明了手徵對稱在強交互作用中的意義；萬伯格則和沙朗將希格斯機制(將自發失稱與**局部**規範對稱結合的一種機制，基本上就是超導態的麥士納效應 Meissner effect)用於說明弱作用玻色子何以具有質量，而統一了弱交互作用與電磁交互作用。這些成就可以說是上世紀下半葉粒子物理的最高成就。

從古希臘的天體模型到萬伯格與沙朗的電弱理論以至現今最熱門的超弦理論，對稱所扮演的角色，無論隱密與否，可以說越來越令人稱奇。難怪很多人(如楊振寧與葛羅斯)相信對稱性在未來還大有發展前途。

---

---

作者簡介

高涌泉

台大物理系教授

<mailto:yckao@phys.ntu.edu.tw>