

玻思-愛因斯坦凝結

余怡德

清華大學物理系

前 言

(轉載自科學月刊 2001.12 月號) 2001 年的諾貝爾物理桂冠頒給了三位美國籍科學家：JILA 研究中心的 Cornell 博士、麻省理工學院物理系的 Ketterle 教授、科羅拉多大學物理系與 JILA 研究中心的 Wieman 教授。他們得獎是因實現「玻思-愛因斯坦凝結 (Bose-Einstein condensation)」現象，以及在玻思凝結體 (Bose condensate) 的研究領域有卓越貢獻。「玻思-愛因斯坦凝結」是愛因斯坦於七十多年前所作的預測。他應用印度物理學家玻思 (Bose) 對光子的統計理論，預測理想氣體在極低之溫度下將發生的現象。玻思凝結體則是「玻思-愛因斯坦凝結」發生後的產物，一種前所未有的物質新狀態，而「原子雷射 (atom laser)」及「理想凝體 (ideal condensed matter)」這二個名稱貼切地描述了玻思凝結體的特殊性質。

從 1980 年起就有物理學家嘗試以實驗驗證愛因斯坦的理論預測。但「玻思-愛因斯坦凝結」現象要在非常低的溫度下才會發生，這麼低的溫度是阻礙許多實驗進展之因素。當雷射冷卻與蒸發式冷卻的發展足以讓我們達到前所未有的低溫時，「玻思-愛因斯坦凝結」的研究才現曙光。1995 年七月 Cornell 和 Wieman 的研究群首次實現鉀 (元素符號為 Rb) 原子蒸氣的「玻思-愛因斯坦凝結」現象，同年的十二月，Ketterle 的研究群也實現了鈉原子蒸氣的相同現象。實現「玻思-愛因斯坦凝結」至今的數年間，Cornell、Ketterle、Wieman 及許多物理學家以玻思凝結體為對象，進行了眾所矚目及有趣的實驗與理論探討，例如物質波 (matter wave) 的干涉現象、原子光學 (atom optics)、玻思凝結體的集體激發 (collective excitation) 模式、超流性 (superfluidity)、渦流 (vortex) 現象、約瑟夫森 (Josephson) 超導效應、分子的「玻思-愛因斯坦凝結」、超化學 (superchemistry)、費希巴赫共振 (Feshbach resonance)、光速減慢、光資訊的儲存等，玻思凝結體的研究已成為物理領域的重要光環。

到底什麼是「玻思-愛因斯坦凝結」及玻思凝結體？實現「玻思-愛因斯坦凝結」所須的溫度有多低？雷射冷卻與蒸發式冷卻有何奧妙而成為實現「玻思-愛因斯坦凝結」的關鍵？「原子雷射」及「理想凝體」的名稱代表什麼樣的特殊物質性質？玻思凝結體會如何影響未來的物理發展與科技應用？且讓我們一起來探索這極低溫的物理世界。

什麼是「玻思-愛因斯坦凝結」

要瞭解「玻思-愛因斯坦凝結」，必須先說明統計力學和量子力學中的一些基本觀念。早在二十世紀初，物理學家發現微小粒子如電子、質子或中子等有自旋 (spin) 的特性，較大粒子如原子或分子的自旋則由其內部份子所組成。我們可以把電子帶有自旋且繞著原子核運動想像成地球會自轉且繞著太陽運動，電子的自旋就好比地球的自轉；相似自轉的情形，自旋也是有角動量的。依自旋角動量的差別可分為費米子 (fermion) 和玻思子 (boson)。自旋角動量為基本單位之半整數 (即 $1/2$ 、 $3/2$ 、 $5/2$...) 倍的粒子是費米子，整數 (即 0 、 1 、 2 ...) 倍的粒子是玻思子。電子、質子或中子皆是費米子，一個電子加上一個質子所構成的氫原子則是玻思子。其他的原子亦依此原則可區分為玻思子和費米子，例如鈉、鉀和鈣原子是玻思子，鋇和氮原子是費米子。費米子須遵守「泡立不相容原理 (Pauli exclusion principle)」：沒有兩個粒子可以同時處在相同的能量狀態上；玻思子則無此限制。玻思子和費米子遵守不同的統計定律，只有玻思子才會發生「玻思-愛因斯坦凝結」的現象。

「玻思-愛因斯坦凝結」是一種相變 (phase transition) 現象，所謂相變是指物質狀態的驟然改變。舉例而言，水蒸氣於 100°C 時會液化，水分子間距離的驟然縮短就是液化的相變現象。那麼「玻思-愛因斯坦凝結」是何種狀態的驟然改變？愛因斯坦做了如下的預測：一群玻思子組成的系統中，玻思子的運動速度快慢代表能量狀態的高低。能量有個最低的極限，最低能量的狀態稱為基態 (ground state)，而基態所對應的能量大小是取決於這群玻

思子周遭的位能環境。室溫時，粒子的運動速度快，速度快即代表能量高，沒有玻思子的狀態是基態。當溫度下降時，粒子的運動速度跟著減緩，但基態的玻思子數目仍然非常稀少。持續降到某一臨界溫度 (critical temperature)，基態的玻思子數目會驟然增加，再稍低的溫度會使所有的玻思子皆聚集在基態上。綜言之，高於臨界溫度，幾乎所有的玻思子皆不是基態，一旦到達臨界溫度，大多數的玻思子皆成為基態，這種基態玻思子數目於臨界溫度時的驟然增加即為「玻思-愛因斯坦凝結」相變。而基態的玻思子群稱作玻思凝結體，玻思凝結體中各個玻思子的行為一致，就如同整群玻思子變成單一的個體。

玻思子驟然聚集到基態上的「玻思-愛因斯坦凝結」相變，其發生的機制和我們熟知的氣體變液體，或者液體變固體的凝結相變並不相同。在一般固體或液體的凝結中，粒子之間是因彼此的吸引力而聚集鍵結，但是「玻思-愛因斯坦凝結」相變，卻不須依靠粒子之間的吸引力，也無鍵結，完全是玻思子的統計物理特性。

「玻思-愛因斯坦凝結」的臨界溫度

一群玻思子組成的系統是否能達到「玻思-愛因斯坦凝結」相變，取決於粒子的物質波 (matter wave) 波長是否大於粒子間的平均距離。我們先解釋物質波的概念，之後提及的「原子雷射」也與其相關。物質波是粒子的波動性質，其概念類似傳統上我們所認知的聲波、水波、電磁波等。傳統的波有相位與振幅的觀念，且可造成干涉及繞射現象；同樣地，物質波也有相位與振幅的觀念，物質波也能干涉及繞射。依據量子力學的理論，物質波的波

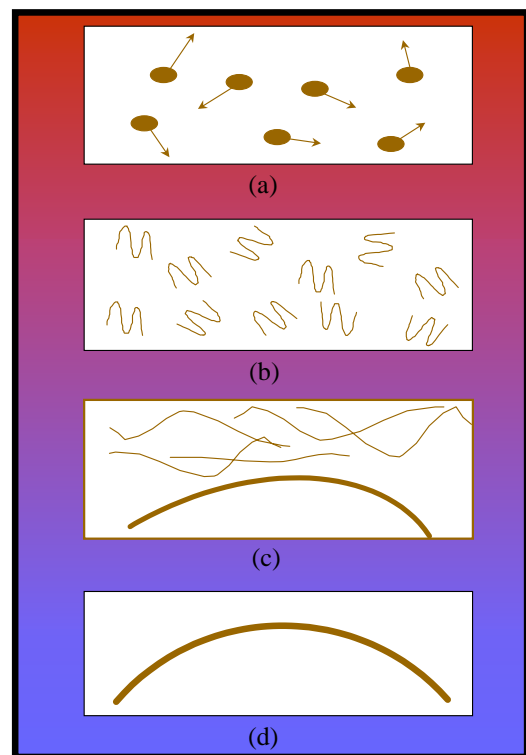
長 和粒子的動量（質量與速度之乘積） p 有如下的關係：

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (1)$$

其中 h 是蒲郎克常數 (Plank constant)，其大小為 6.6×10^{-34} 焦耳/秒。當一群原子的溫度逐漸變低時，速度和動量也跟著降低。由公式(1)可看出，這些原子的物質波波長會隨著動量的降低而更顯著，換句話說，在低溫時原子的波動行為明顯。以鹼金族中的鈉原子為例，在室溫 300°K 時，鈉原子的物質波波長僅為 0.04 奈米 (1 奈米等於 10^{-9} 公尺)，其波動性不明顯而展示粒子行為，在 0.0003°K 時，其物質波波長為 40 奈米，鈉原子的行為就是一種波動。(這裏用的溫度單位為凱式溫標°K，它和攝氏溫標的關係為： $0^\circ\text{K} = -273.15^\circ\text{C}$ 且 1°K 的改變相同於 1°C 的改變；而 0°K 是絕對無法達到的溫度極限，我們只可能儘量地接近 0°K 。)科學家們已能利用物質波的特性發展成應用儀器，譬如電子顯微鏡，就是應用電子的物質波特性，由於電子的物質波波長可短於病毒的大小，藉此電子物質波可觀察病毒或類似尺寸的微小組織；至於一般光學顯微鏡，則因光的波長太長，約為 400 至 700 奈米間，而無法鑑別像病毒一般大小的結構。

溫度變低時，粒子的運動速度變慢，動量跟著變小，物質波波長就增大。更精確言之，物質波波長反比於溫度的平方根。將系統的溫度降至非常低，使得玻思子的物質波波長大於粒子之間的平均距離時，「玻思-愛因斯坦凝結」方可發生。實際的實驗中，原子間的距離不能太近，其最小極限約為 100 至 200 奈米間。若原子間的距離短於此極限，則彼此的吸引力將造成原子蒸氣的液化凝結，一旦

形成液體，「玻思-愛因斯坦凝結」就不會發生。以鈷原子的蒸氣為例，若其密度為每立方公分含 10^{14} 個原子，則原子間的平均距離約 200 奈米，須得將溫度降到 $4 \times 10^{-7} \text{°K}$ ，才可觀測到「玻思-愛因斯坦凝結」。這麼低的臨界溫度使得早在七十多年前的預測，要到 1995 年才首度被物理學家證實。圖一為一群原子形成「玻思-愛因斯坦凝結」的示意圖：原子在低溫時，波動性質開始顯著；達到臨界溫度後，大部分的原子突然轉變為最低能量狀態，形成「玻思-愛因斯坦凝結」；基態原子的波動行為一致，玻思凝結體可以藉由單一的物質波來描述；物質



圖一 (a) 常溫下，原子的粒子性質明顯。(b) 低溫下，原子的波動性質顯著，溫度越低，物質波波長越長。(c) 溫度降至臨界溫度，「玻思-愛因斯坦凝結」形成，大量的原子驟然成為基態，這些基態的原子成為玻思凝結體，玻思凝結體的行為可用波長非常長的單一物質波描述。(d) 溫度稍低於臨界溫度，整個原子群成為單一的玻思凝結體。

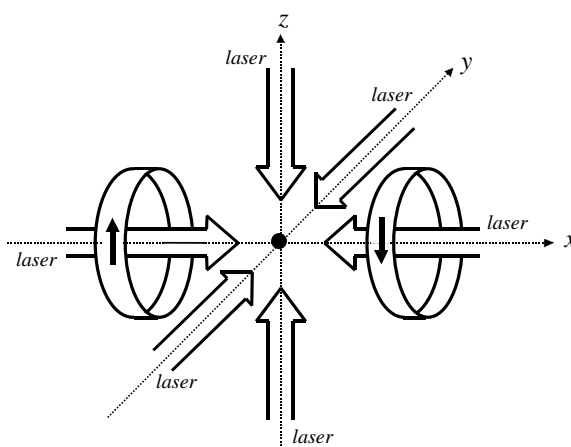
波的波長非常長代表玻思凝結體的能量非常低，物質波的振幅大代表玻思凝結體的組成原子數目多。

實現「玻思-愛因斯坦凝結」的關鍵技術

實現「玻思-愛因斯坦凝結」的關鍵技術是雷射冷卻 (laser cooling) 及蒸發式冷卻 (evaporative cooling)。相較於傳統的低溫技術，雷射冷卻及蒸發式冷卻的方法，不需液態氮，也不需液態氦，實驗設備與系統皆為室溫，且降溫過程也非常迅速。利用傳統低溫技術的氦三-氦四稀釋致冷機 ($^3\text{He}-^4\text{He}$ dilution refrigerator)，將樣本從室溫冷卻至 0.01K 要經過一天的時間。而雷射冷卻加上蒸發式冷卻的降溫過程僅需一分鐘左右的時間，不單效率高，更重要的是它可以達到前所未有的低溫。這裏簡單地介紹這二種冷卻方法的基本原理。

雷射冷卻的基本概念是讓原子吸收能量較低的光子，再釋放出能量較高的光子，遵守能量守恆定理，原子的動能必須降低，冷卻的效果自然達成。實驗上，空間中的 x 、 y 、 z 三個軸向，分別用兩道反向行進的雷射光射向原子，不論原子朝空間中那個方向運動，都會受到雷射光產生的阻力。原子不斷地吸收及釋放光子的循環就是這阻力的成因，阻力減慢了原子的運動速度，即為降低動能，原子的溫度也跟著下降。由於六道雷射光的交會區使得原子像是處在摩擦力很大的環境中，這區域有如糖蜜般的黏滯，因此這冷卻方式也叫做「光學糖蜜 (optical molasses)」。光學糖蜜只把原子減速，並沒有把原子抓住，原子仍然會跑掉。在六道雷射光的結構下加上磁場，其合成效應成為一個位能阱，稱作「磁光陷阱 (magneto-optical trap)」，圖二是「磁光陷阱」的示意圖。「磁光陷阱」可同時

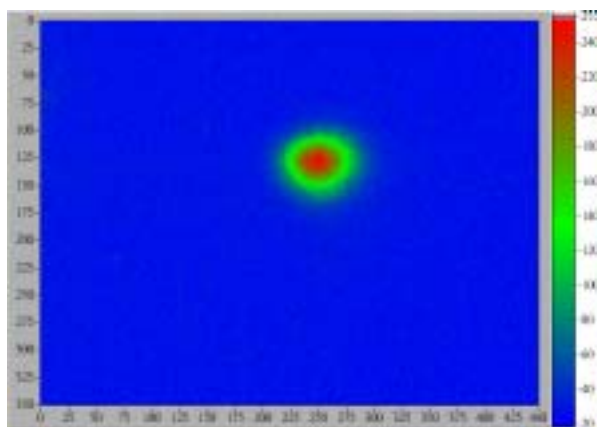
冷卻及捕捉原子，方式就像是將一些彈珠丟入一個碗中，碗面的摩擦力使得彈珠的速度減緩，而碗的形狀是位能阱；彈珠一開始會不停地在碗中滾動，但滾動速度漸漸減緩，在碗中的範圍也越來越小，彈珠最後耗盡全部的動能，而停止在碗的中心。原子好比彈珠，「磁光陷阱」就像碗的作用。一般而言，「磁光陷阱」所捕捉的低溫原子個數在 10^7 至 10^9 之間。



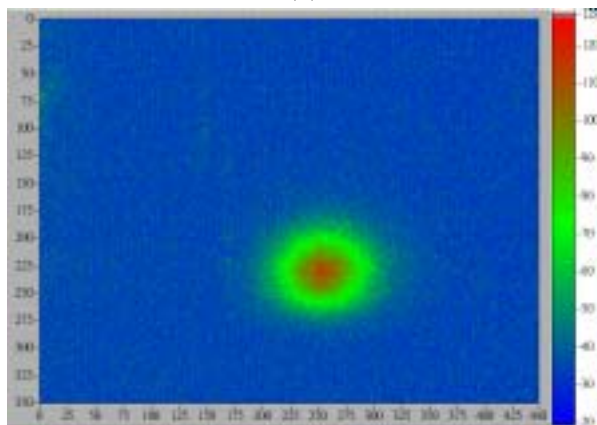
圖二 磁光陷阱示意圖。空間的三個方向各有兩道相向的雷射光，兩個圓環代表螺線管型電磁鐵，圓環上的箭號指示電流的方向。中央的實心圓代表被捕捉的低溫原子。

溫度的量測是依照原子的速度分佈推論。實施方式是關掉所有的雷射及磁場，讓原子團作自由擴散，一段固定的時間後，我們擷取原子團的瞬間影像。在此固定時間裏，速度越快的原子向外擴散得越遠，速度較慢的原子仍在原子團的質心附近，因此影像上原子團的空間分佈也代表原子團的速度分佈。原子團的溫度高低決定影像圖上擴散範圍的大小，由這張影像圖便可得原子團的溫度。圖三 (a) 為低溫原子團在自由擴散 0.01 秒後的瞬間影像，影像所對應的實際高乘寬為 $17\text{mm}\times 22\text{mm}$ ；圖三 (b) 是

相同的原子團在自由擴散 0.03 秒後的瞬間影像，原子團明顯地擴散到較大的範圍；這二組實驗數據都一致地推論出原子的溫度為 10^{-5} °K。室溫原子的速度接近音速，在 0.03 秒的時間內已跑了約 10 公尺的距離。



(a)



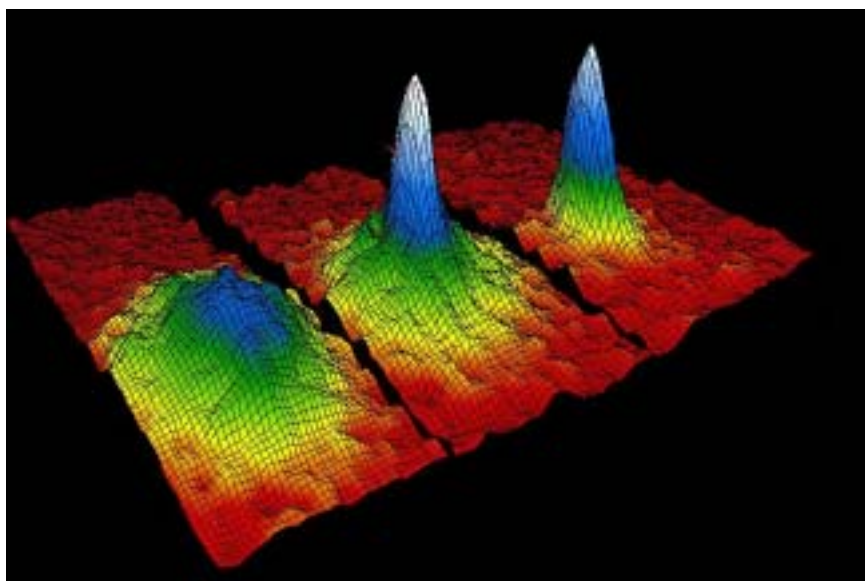
(b)

圖三 溫度為 10^{-5} °K 原子團在自由擴散後的瞬間影像。圖中的顏色代表原子訊號的強弱，紅色代表最大訊號，藍色代表零訊號。垂直方向的實際尺寸為 17 公厘，水平方向的實際尺寸為 22 公厘。(a) 和 (b) 的擴散時間分別為 0.01 和 0.03 秒，二張影像中原子團質心位置的改變是重力加速度的緣故。

雷射冷卻法有降溫的下限，約為 10^{-5} °K。將原子以雷射冷卻法預冷與捕捉之後，進一步的降溫則

需蒸發式冷卻法。蒸發式冷卻無降溫的下限，因此所有實現「玻思-愛因斯坦凝結」實驗的最後降溫步驟皆使用此方法。蒸發式冷卻的概念類似日常生活中一杯熱水的冷卻過程，當能量較高的水分子蒸發脫離水的表面後，剩下能量較低的水分子重新達成熱平衡時，整杯水的溫度也就跟著下降。在實際的實驗中，關閉所有的雷射光後，將低溫原子侷限於一個完全由磁場所構成的位能陷阱內。逐步地降低陷阱的高度，使得能量較高的原子脫離陷阱的束縛，陷阱內僅留住能量較低的原子，剩下的原子重新達到熱平衡後，溫度也就跟著下降，這是犧牲原子數目達到降溫的方法。一般而言，陷阱高度所對應的能量與原子溫度所對應的能量（即波茲曼常數 Boltzmann constant 乘以溫度）之比值約 10:1，當位能陷阱夠低時，「玻思-愛因斯坦凝結」的臨界溫度即可達到。

JILA 的 Cornell 和 Wieman 研究群最早觀察到「玻思-愛因斯坦凝結」之實驗數據顯示於圖四，三組數據為不同溫度的鉀原子團在自由擴散 0.06 秒後的瞬間影像，左、中、右影像圖分別對應原子的溫度略高、相等、略低於臨界溫度。圖中的高度及顏色皆代表原子訊號的強弱，高度越高則訊號越強，每張影像所對應的實際長乘寬皆為 $0.5\text{mm} \times 0.2\text{mm}$ 。中間影像圖的高峰驟現說明了基態原子數目於臨界溫度時的驟然增加，比臨界溫度略高的左圖沒有這個高峰。中圖的高峰在前後方向和左右方向之形狀不對稱是另一個高峰即為基態原子的證據，這不對稱反映了基態原子的行為。而左圖的原子訊號則全部是對稱分佈。比臨界溫度略低的右圖顯示幾乎所有的原子皆成為基態，整個原子訊號集中於形狀不對稱的高峰。

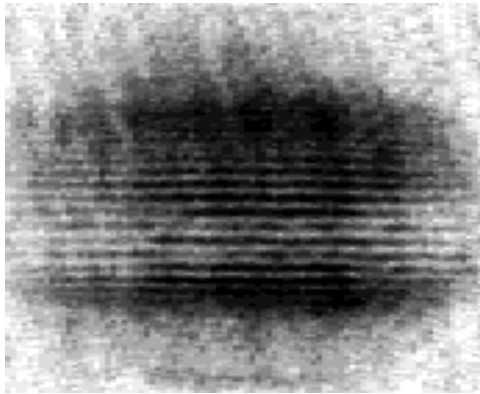


圖四 實現「玻思-愛因斯坦凝結」的實驗數據。原子團在自由擴散 0.06 秒後的三張瞬間影像，左、中、右影像圖分別對應原子的溫度略高、相等、略低於臨界溫度。圖中的高度及顏色皆代表原子訊號的強弱，高度越高則訊號越強。每張影像前後方向的實際尺寸為 0.5 公厘，左右方向的實際尺寸為 0.2 公厘。（此圖由 JILA 研究中心 Cornell 博士提供。）

「原子雷射」及「理想凝體」

什麼是「原子雷射」？要回答這個問題，我們先簡述雷射的特性。雷射光具有波動的性質，且其光波有固定的頻率、相位、及行進方向，而雷射和一般光源最大不同就在於「同調性 (coherence)」。若一光源發出的光在空間中某個範圍內的任何兩點，都可以找到固定的相位關係，這光源就具有同調性，這個範圍的大小，決定此光源同調性的好壞，範圍愈大，代表同調性愈高。雷射是一種同調性非常高的光源，這高同調性的性質讓我們可以用雷射光進行干涉及繞射實驗，用一般光源則幾乎無法作到干涉及繞射的現象。而「原子雷射」並不是一般認知的光學雷射，它是由原子的物質波所構成，而非由光組成，且其物質波具有很好的同調性，因此利用「雷射」這名詞來描述物質波有如光學雷射般的特性。簡言之，「原子雷射」就是高同調性的物質波。

「原子雷射」的名詞是實現「玻思-愛因斯坦凝結」後才被創造的。低溫的原子波動性質顯著，當達到「玻思-愛因斯坦凝結」的臨界溫度時，大量的原子轉變為基態，這些基態的原子能量狀態相同，且波動行為一致，整個玻思凝結體就是單一的物質波。實驗上也觀察到玻思凝結體所造成的物質波干涉現象：先將玻思凝結體分為二並相隔一段距離，這是兩個物質波波源，當他們自由擴散後，二者重疊的區域顯現原子密度分佈有干涉現象。圖五為麻省理工學院 Ketterle 研究群的實驗數據，兩個鈉原子玻思凝結體擴散 0.04 秒後的瞬間影像，灰階的深淺代表原子密度的高低，圖中深淺相間的條紋是物質波干涉的證據，這說明了玻思凝結體的物質波是具有高同調性，所以玻思凝結體也被稱為「原子雷射」。以同調性的觀點來看，玻思凝結體和低溫原子之間的差別就好像是光學雷射和普通光源之間的差別，玻思凝結體之物質波具有高度的同調性，而低溫原子雖然其物質波也非常顯著，但卻沒有很好的



圖五 兩個玻思凝結體擴散 0.04 秒後的瞬間影像。垂直方向的實際大小為 0.5 公厘，水平方向的實際大小為 1.1 公厘。灰階的深淺代表原子密度的高低，垂直方向的深淺相間是物質波的干涉條紋。（此圖由麻省理工學院 Ketterle 教授提供。）

同調性。

「理想凝體」這個名詞描述玻思凝結體是類似於「理想氣體」描述原子或分子間無交互作用的氣體。我們可以用簡單的波以耳定律 (Boyle's law) 來說明「理想氣體」的壓力、體積和溫度間的關係，這是原子或分子間無交互作用的緣故。一般的氣體是非理想氣體，其壓力、體積和溫度間的關係則不符合波義耳定律，原子或分子間的交互作用讓這關係複雜許多。「理想凝體」和一般凝體間也有類似的對比。一般凝體的組成原子或分子間之距離小於 1 奈米，彼此交互作用非常強。玻思凝結體展現凝體的特性，其激發行為類似凝體的聲子 (phonon)，也有超流和渦流等凝體的量子現象，但玻思凝結體的組成原子間之距離大於 100 奈米，彼此交互作用非常微弱，所以可稱為「理想凝體」。因為組成原子間之交互作用微弱的緣故，玻思凝結體是非常單純的凝體系統，也是凝體理論的理想對象。理論的發展偏好以單純的系統為起始對象，當我們可準確地預

測單純系統的結果，則理論可進一步地修正與推廣，加入更多變數，用來解釋複雜系統的現象。這也是「玻思-愛因斯坦凝結」實現後，許多凝體理論學家以玻思凝結體為研究對象的原因。有別於一般凝體之組成份子間的強交互作用，玻思凝結體之組成原子間的微弱交互作用能夠以簡單計算或公式來描述，玻思凝結體的實驗結果與理論的預測也有很好的吻合。

結語

「玻思-愛因斯坦凝結」的實現驗證了愛因斯坦於七十多年前的預測，創造出前所未有的物質新狀態—玻思凝結體，也開啟嶄新的研究領域。玻思凝結體的「原子雷射」特性在於其物質波具有高同調性，這特質使玻思凝結體在精密量測之應用有可觀的潛力。利用玻思凝結體所做出的「原子雷射」干涉儀 (interferometer)，將可用於光學雷射干涉儀所無法達成的精密量測，不少的知名實驗室已從事「原子雷射」的應用發展工作。玻思凝結體的「理想凝體」特性在於組成原子間之交互作用微弱，可用如理想氣體般的簡單方法來描述，這特質使其成為凝體理論的理想研究對象，玻思凝結體的凝體理論有助於我們瞭解複雜系統的巨觀量子現象。玻思凝結體的發展或許不限於基礎科學研究，畢竟這是前所未有的新產物，當我們更瞭解其各方面的性質後，或許它將有更廣的應用及對科技更深遠的影響，光學雷射這種前所未有的光源不也是經數十年的基礎研究而有廣泛的應用嗎！

最後，作者感謝 JILA 研究中心 Cornell 博士提供圖四的數據，也感謝麻省理工學院 Ketterle 教授提供圖五的數據。