

# 光速減慢至每秒 600 公尺

## — 原子的電磁波引發透明效應

陳應誠 余怡德

國立清華大學物理系

e-mail: yu@phys.nthu.edu.tw

### 一、前言

提出宇宙背景輻射溫度約是 3°K 的前蘇聯物理學家 Gorge Gamow 也是位傑出的科普書籍作家，在他有名的科普著作「湯普金先生夢遊記」( Mr. Tompkins in Wonderland ) 中，藉由一個充滿好奇心的銀行行員角色，敘述在一個量子效應或相對論效應均能顯現的想像世界中的各種奇遇。此想像世界裏，物理常數如普郎克常數  $h$  或光速  $c$  等皆改變至日常生活尺度的數值。他生動且深刻地將各種近代物理知識傳達給讀者，在書中關於相對論的一部份情節，描述湯普金先生騎著腳踏車，當其速度已接近假想中的光速時，所看到的長度變短等現象，很引人入勝。在這假想的世界中，即使光速數值變小但物理定律仍然不變，光速仍是速度上限，相對論效應依舊。

在真實的世界中，有沒有可能跑得比光還快呢？答案是有的，方法就是把光變慢。「跑得比光還快？」一個斗大的問號可能油然從你心中而生，在狹義相對論中所學到的概念：「沒有任何東西跑得比光速快」，根深蒂固於我們的腦海裏。其實說起來這

也沒有什麼矛盾之處，因為「跑得比光還快」的敘述中，光速並不是指在真空中每秒  $3 \times 10^8$  公尺的行進速度，而是行經原子介質的光脈衝速度。在趣味性的動機下，我們實驗室能夠將光的脈衝速度降低為每秒僅 600 公尺，而這實驗主要基於一個稱為「電磁波引發透明」的效應<sup>[1,2,3]</sup>，且讓我們有如湯普金先生的好奇心，一起來探究這奇妙的物理效應吧。

### 二、群速度

為了更清楚瞭解原委，讓我們先回顧一下光在介質中如何傳播的物理。光在介質中的傳播情形決定於介質的特性，而介質的特性即所謂的色散 ( dispersion ) 關係：光的頻率  $\omega$  與波向量 ( wave vector )  $k$  的函數關係。若  $t = 0$  時將電場為  $E(x, 0)$  的光脈衝打入介質，則時刻  $t$  的電場為：

$$E(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{i[kx - \omega(k)t]} dk, \quad (1)$$

$A(k)$  代表電場在  $k$  空間的分佈，其與  $E(x, 0)$  的關係如下：

$$A(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(x,0) e^{-ikx} dx. \quad (2)$$

考慮一個較簡單的狀況作說明，如果一個光脈衝之  $A(k)$  集中分佈於某個  $k_0$  附近，則我們可將  $\omega(k)$  在  $k_0$  處展開：

$$\omega(k) = \omega_0 + \left[ \frac{d\omega}{dk} \right]_0 (k - k_0) + \frac{1}{2} \left[ \frac{d^2\omega}{dk^2} \right]_0 (k - k_0)^2 + \dots \quad (3)$$

將式 (3) 右邊的前二項代入式 (1) 的  $\omega(k)$  中，則

$$E(x,t) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{ik[x - (d\omega/dk)_0 t]} e^{i[k_0(d\omega/dk)_0 - \omega_0]t} dk \quad (4)$$

再由式 (2) 我們可看出

$$E(x,t) \approx E\left(x - \left[ \frac{d\omega}{dk} \right]_0 t, 0\right) e^{i[k_0(d\omega/dk)_0 - \omega_0]t} \quad (5)$$

因此除了相位因子  $e^{i[k_0(d\omega/dk)_0 - \omega_0]t}$  外，脈衝於時刻  $t$  仍維持原有之波形，但位移了  $[d\omega/dk]_0 t$  的距離。 $[d\omega/dk]_0$  可視為脈衝的移動速度，稱作群速度 (group velocity) 並以符號  $v_g$  代表。就真空而言，脈衝的各個頻率成份之電磁波均以每秒約三億公尺的光速行進，脈衝波形不變且其群速度為  $c \approx 3 \times 10^8$  m/s)，由

$$v_g = \left[ \frac{d\omega}{dk} \right]_0 \quad (6)$$

及真空的色散關係為  $\omega(k) = ck$  也可得到此結果。當介質的折射率為  $n$  時，色散關係  $\omega(k) = c(k/n)$ ，式 (6) 很容易可轉換成

$$v_g = \frac{c}{n(\omega_0) + \omega_0 \left[ \frac{dn}{d\omega} \right]_0} \quad (7)$$

由此式可看出，若介質之折射率對頻率的變化非常陡峭且斜率為正，則折射率對頻率的微分  $[dn/d\omega]_0$  將顯著地降低光脈衝之群速度。另一方面，介質的  $[dn/d\omega]_0$  也有可能是負號，這將導致光脈衝的群速度大於  $c$  的情況，最近也有實驗實現了，但這是另一個故事，此處我們不多談。

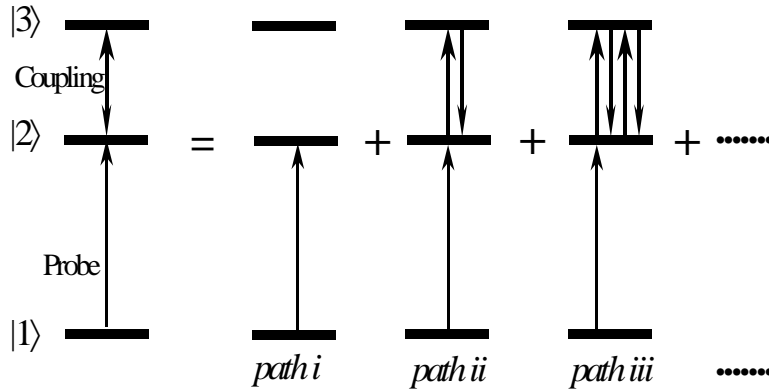
其實在原子的躍遷頻率附近，折射率對頻率的變化亦甚劇烈，但卻無法用來降低脈衝群速度。原因之一是躍遷頻率附近的吸收甚強，脈衝沒傳播多遠就已被吸收殆盡。另一原因是式 (3) 中的  $[d^2\omega/dk^2]_0$  (或  $[d^2n/d\omega^2]_0$ ) 數值甚大而不能忽略，這也代表隨著脈衝的傳播其波形將嚴重地變形，群速度的概念並不適用。如何能有一個介質對光不吸收，其  $[dn/d\omega]_0$  非常大且  $[d^2n/d\omega^2]_0$  又是零？這些要求可由「電磁波引發透明」的效應來達成。

### 三、電磁波引發透明

「電磁波引發透明」(electromagnetically induced transparency, 以下簡稱 EIT) 的現象是共振頻率的雷射光 (稱之為探測雷射) 不被介質吸收，介質對此探測雷射而言為透明，而此透明現象是由另一道雷射 (稱之為耦合雷射) 作用下所引起的。EIT 是三能階系統下的量子干涉 (quantum interference) 結果，我們以圖一對其原理作說明<sup>[4]</sup>。由  $|1\rangle$  至  $|2\rangle$  的躍遷機率代表探測雷射的吸收，因為耦合雷射的出現，躍遷起點為  $|1\rangle$  終點為  $|2\rangle$  的途徑 (transition paths) 有下列：(i)  $|1\rangle$  直接至  $|2\rangle$ ；(ii)  $|1\rangle$  至  $|2\rangle$ ， $|2\rangle$  至  $|3\rangle$ ， $|3\rangle$  再回到  $|2\rangle$ ；(iii)

|1)至|2), |2)和|3)間來回兩趟; …… , 所有的途徑形成無窮序列。而|1)至|2)的躍遷機率為

$$|A_i + A_{ii} + A_{iii} + \dots|^2, \quad (8)$$

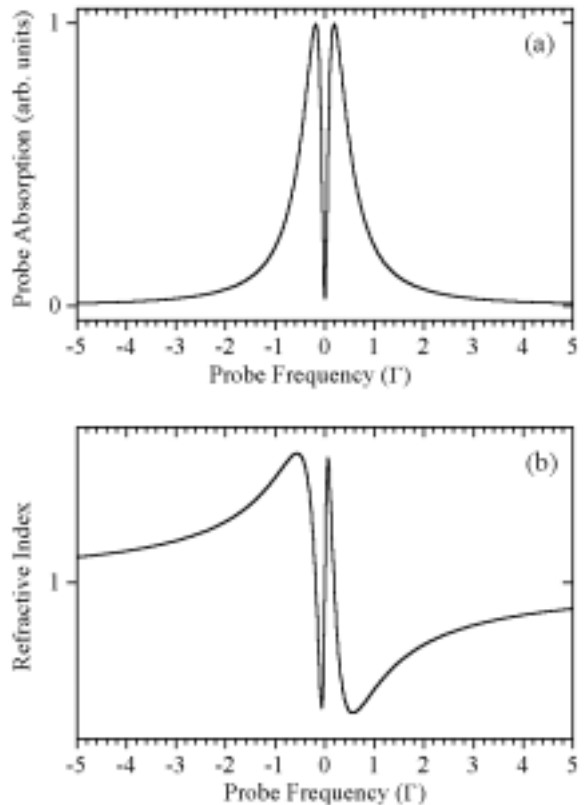


其中  $A_i$ 、 $A_{ii}$ 、 $A_{iii}$ 、……分別代表上述途徑 i、途徑 ii、途徑 iii、……所對應的躍遷振幅 (transition amplitude), 若這些躍遷振幅彼此反相 (out of phase), 互相干涉的結果使得躍遷機率為零, 即探測雷射不被吸收。需注意的是, 一般情況下我們均考慮探測雷射比耦合雷射弱甚多, 故對探測雷射的躍遷我們只考慮一階微擾。EIT 的光譜理論計算通常是利用光學布拉克方程式 (optical Bloch equation) 對原子的密度矩陣 (density matrix) 求解, 但密度矩陣的計算方式並不易從中看出物理圖像。我們所發展出來的雙邊費曼圖法 (double-sided Feynman diagram) 則可計算圖一中無窮級數的每一項躍遷振幅, 這些躍遷振幅的確正負號相間, 彼此互相抵消。雙邊費曼圖的計算方式不僅物理圖像清楚, 其結果也與密度矩陣的計算

結果完全一致<sup>[6]</sup>。

EIT 的系統依其三能階分佈的狀況可分為階梯 (cascade) 型系統,  $\Lambda$  型系統, 及  $V$  型系統。圖二 (a) 所示為典型的  $\Lambda$  型 EIT 系統中探測雷射之理論

計算光譜, 共振頻率附近的吸收大幅減少即為 EIT 效應<sup>[6]</sup>。這是一個量子干涉效應, 並不能用耦合雷射造成原子能階之 Autler-Townes 分裂來解釋, 在理想狀況下, 系統中破壞原子同調性 (coherence) 的機制甚小 (更精確言之, 圖一中能階 |1) 和 |3) 間的密度矩陣  $\rho_{13}$  之 relaxation rate 甚小) 時, 即使耦合雷射強度甚弱, 其造成的 Autler-Townes 分裂甚小,



圖二 (a) 現象和  $\gamma$  態的

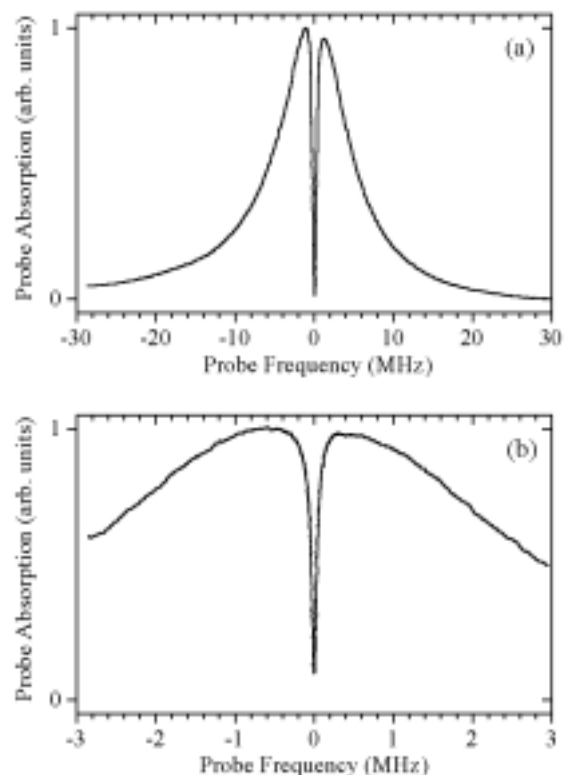
共振頻率附近的吸收仍可降低至零。不過實際系統多少均存在一些破壞原子同調性的機制，如碰撞、雷射線寬、原子的自發輻射 (spontaneous decay) 等，使得吸收無法完全降至零。 $\Lambda$ 型系統中的能階  $|1\rangle$ 和 $|3\rangle$ 為原子基態，由於基態間 coherence 的 relaxation processes 不含自發輻射，其 relaxation rate 可以甚小，故 EIT 實驗選此系統較佳。圖二 (b) 所示則為 EIT 系統的折射率變化情形，可看出在共振頻率附近的甚小範圍內，折射率對頻率變化非常劇烈，其微分值很大。當探測雷射和耦合雷射皆在共振頻率，理論計算對 $\Lambda$ 型 EIT 系統的預測如下<sup>[7]</sup>：

$$\left[ \frac{dn}{d\omega} \right]_0 = \frac{2N|\mu|^2}{\epsilon_0 \hbar} \frac{\Omega_c^2 - \gamma^2}{(\Omega_c^2 + \gamma \Gamma)^2}, \quad (9)$$

$$\left[ \frac{dn^2}{d\omega^2} \right]_0 = 0, \quad (10)$$

其中 $\mu$ 是探測雷射所驅動躍遷的電偶極矩 (electric dipole moment),  $N$  是原子密度,  $\Omega_c$  是耦合雷射的 Rabi frequency (此物理量與光強度之平方根成正比),  $\Gamma$  是激發態的自然線寬,  $\gamma$ 是基態間 coherence 的 relaxation rate。在 $\gamma$ 遠小於 $\Omega_c$ 的情況下，原子密度越高或耦合雷射的光強度越小，則 $[dn/d\omega]_0$ 越大，光速被減低越顯著。而式 (10) 則說明光脈衝在介質中波形改變甚小。因此 EIT 效應所造成的不吸收、 $[dn/d\omega]_0$ 大、 $[d^2n/d\omega^2]_0$ 為零的三個特性使其成為光速減慢的理想實驗系統。我們實驗上所量得的探測雷射吸收光譜如下<sup>[8]</sup>：圖三 (a) 顯示當共振頻率附近可達到 100%的透明度時，EIT 譜線線

寬約為 500 kHz；圖三 (b) 顯示當共振頻率附近可達到 90%的透明度時，EIT 譜線線寬約為 80 kHz。與理論光譜比較後，得知系統的 $\gamma$ 為 0.002 (我們實驗上所用原子的  $\Gamma$  為  $2\pi \times 5.9$  MHz)，如此小的 $\gamma$ 讓我們興起了減慢光速的念頭。



圖三 EIT 現象的實驗光譜。(a) 和 (b) 所對應的 $\Omega_c$ 分別為 0.37 及 0.2，而  $\Gamma = 2\pi \times 5.9$  MHz 是銣原子激發態  $|5P_{3/2}\rangle$  的自發輻射率。

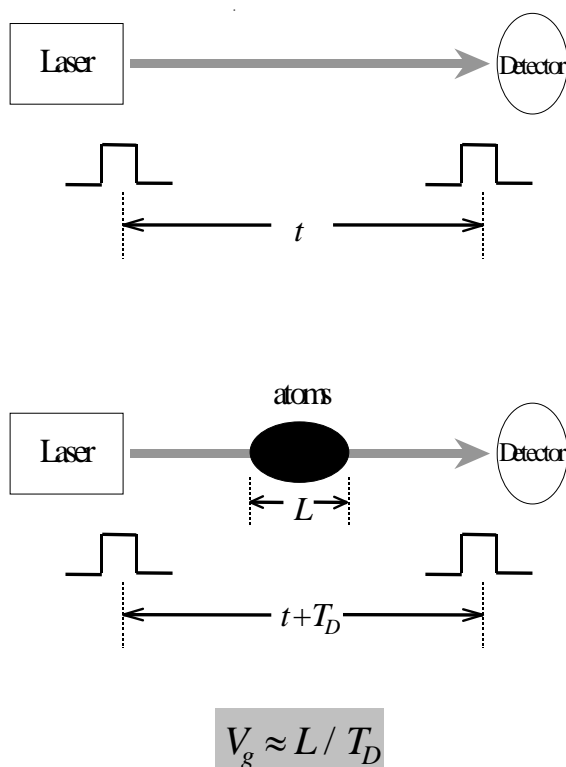
#### 四、光速減慢實驗

我們先來探討光速減慢實驗上的一些考量。光脈衝速度之測量方法如圖四所示：在沒有介質的情況下，用光偵測器測得脈衝訊號的抵達時間，在光

行經路徑上加入長度為  $L$  的介質後，光抵達偵測器時間延遲了  $T_D$ ，其與光脈衝之速度  $V_g$  有如下關係：

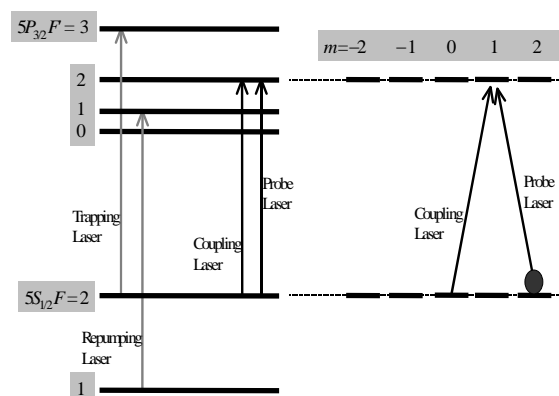
$$T_D = L\left(\frac{1}{V_g} - \frac{1}{c}\right) \approx \frac{L}{V_g}, \quad (11)$$

所以量得延遲時間便得知脈衝在介質中之速度。在 EIT 光譜中，透明或不吸收的窗口只在一定的頻率範圍內，因此做光速減慢實驗的光脈衝之頻寬不能太大，這也代表著光脈衝之時間寬度  $T_p$  要夠長，而  $T_p$  最大僅能與  $T_D$  的數量級相當以利觀測。延遲時間



$T_D$  也無法太長，如前節所言，耦合雷射的光強度  $\Omega_c$  越小則光速度越慢及  $T_D$  增長，但在  $\Omega_c$  較低的情形下，介質並非完全透明，過長的  $T_D$  會造成探測雷射的嚴重損失。

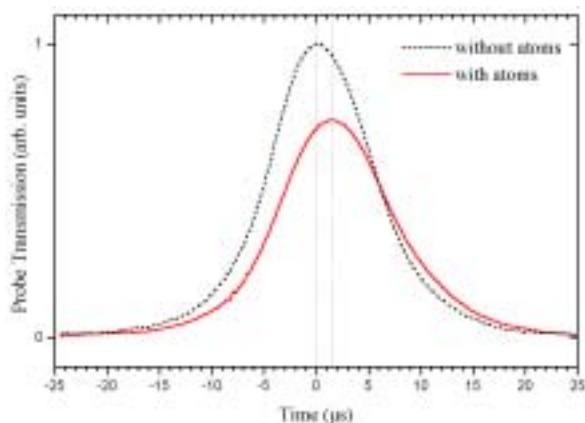
實驗上，我們利用低溫鉀 ( $^{87}\text{Rb}$ ) 原子作為減慢光速的介質，低溫  $^{87}\text{Rb}$  原子由磁光陷阱 (magneto-optical trap) 所產生<sup>[9,10]</sup>，原子的溫度 300  $\mu\text{K}$  左右，其數量約  $4 \times 10^7$  個<sup>[11]</sup>。雷射冷卻與捕捉原子的基本原理可參閱去年十月份的物理雙月刊文章<sup>[10]</sup>，我們的磁光陷阱之詳細結構請參考文獻 12。圖五為與實驗相關的能階圖，探測雷射和耦合雷射光均是驅動  $^{87}\text{Rb}$  原子的  $|5S_{1/2}, F=2\rangle \rightarrow$



$|5P_{3/2}, F'=2\rangle$  躍遷，二者的頻率皆固定於共振頻率。此兩道雷射光由一台主雷射 (master laser) 注入鎖頻 (injection lock)，故兩雷射光之線寬幾乎可忽略<sup>[13]</sup>，這是得到非常窄 EIT 線寬的一個關鍵。耦合雷射和探測雷射之偏振分別為右旋及左旋圓偏振，因耦合雷射光的強度較探測雷射光的强度高過甚多，原子居數 (population) 幾乎全部被趕至基態的黎曼 (Zeeman) 能階  $|F=2, m=2\rangle$ ，基態的  $|F=2, m=2\rangle$  及  $|F=2, m=0\rangle$  和激發態的  $|F'=2, m=1\rangle$  形成三能階  $\Lambda$  型 EIT 系統<sup>[8]</sup>。我們利用一個聲光調變晶體 (AOM) 控制探測雷射光之開關及強度，藉由調整

聲光調變晶體的 RF 功率大小來產生脈衝之高斯 (Gaussian) 波形, 高斯波形的長度為  $10 \mu\text{s}$ 。在探測雷射之傳播過程中, 耦合雷射持續不斷地與原子作用, 而磁光陷阱的雷射和磁場皆關閉。

圖六是光速減慢的實驗證據, 虛線為探測光脈衝在沒有原子時所量得之訊號, 實線代表當原子存在且耦合雷射作用下所量得之探測光脈衝訊號, 實線高度較矮的原因是探測光受到原子些許吸收的緣故, 圖中可明顯看出二個脈衝訊號間有  $1.5 \mu\text{s}$  的延



圖六 光速減慢之實驗數據。虛線代表脈衝未經原子團抵達光偵測器之訊號, 實線代表脈衝行經原子團後抵達光偵測器之訊號。時間軸的零點代表無原子狀態下脈衝峰值抵達光偵測器之時刻。

遲。原子團的大小約  $1 \text{ mm}$ , 故探測光脈衝在原子中的群速度約  $600 \text{ m/s}$ , 與音速同一個數量級。上述的結果受限於磁光陷阱中的原子密度, 若要將光速減至更小, 則利用偏極梯度冷卻法 (polarization gradient cooling) 配合壓縮式磁光陷阱 (compressed magneto-optical trap)<sup>[14]</sup>, 可提高原子團密度一個數量級以上, 限於 EIT 實驗的現有設備, 我們並未進一步地提高原子密度。

位於美國波士頓的 Rowland Institute 研究機

構於 1998 年的光速減慢實驗引起大眾媒體的報導, 這是由 L. Hau 所領導的研究小組之實驗成果。在該實驗中, 他們將一個光脈衝打入超低溫原子團, 此原子團的密度高到可形成玻思凝結體 (Bose condensate) 的條件, 在另一道耦合雷射光的作用下, 此光脈衝之行進速度可被減低至每秒 17 公尺或每小時 61 公里<sup>[15]</sup>, 這已經比高速公路的正常行車速度慢許多, 著實令人印象深刻。

另外值得一提的是光脈衝之能量密度。在 EIT 介質中, 折射率對頻率的變化雖然很劇烈, 但折射率的數值仍是 1 左右, 光在介質中的強度和在真空中的強度約略相同。但是伴隨著群速度的變慢, 光脈衝的寬度在介質中會被嚴重地壓縮, 比起在真空中的脈衝寬度減少  $c / v_g$  倍, 故介質中的能量密度將增加約  $c / v_g$  倍, 由於這個原因, 也有學者提出利用這效應從事弱光下的非線性光學之構想<sup>[16,17]</sup>。

## 五、結語

隨著光速被減慢至日常生活的尺度, 人們很自然的會問有沒有辦法把光停住? Rowland Institute 的 L. Hau 所領導的研究小組及哈佛-史密森天文物理中心 (Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics) 的 R. Walsworth 與 M. Lukin 所領導的研究小組不約而同地實現了這個可能<sup>[18,19]</sup>, 藉由將耦合雷射光瞬間關掉的過程, 探測光脈衝之速度逐漸變慢至完全停止, 其所含的光訊息被凍結於原子團中, 並可在原子團中儲存約  $1 \text{ ms}$  之久。當耦合雷射光再度打開時, 探測光的脈衝訊號才又傳播出來。這個實驗結果對量子資訊 (quantum information) 的儲存與處理將會有更進一步地應用。大自然似乎還存在著很多驚奇等待我們去探索。

參考文獻

- [1] A. Imamoglu, and S. E. Harris, *Opt. Lett.* **14**, 1344 (1989).
- [2] K. J. Boller, A. Imamoglu, and S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2539 (1991).
- [3] For a review of electromagnetically induced transparency, see S. E. Harris, *Phys. Today* **50**(7), 36 (1997).
- [4] J. Marangos, *Nature* **374**, 679 (1995).
- [5] 蘇蓉容,「量子干涉現象的費曼圖形分析法」, 清華大學碩士論文 (2001)。
- [6] 陳韻文,「量子干涉非線性光譜之理論計算」, 清華大學碩士論文 (2000)。
- [7] S. E. Harris, J. E. Field, and A. Kasapi, *Phys. Rev. A* **46**, R29 (1992).
- [8] Y. C. Chen, Y. A. Liao, H. Y. Chiu, J. J. Su, and I. A. Yu, *Phys. Rev. A* **64**, 053806 (2001).
- [9] E. Rabb, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
- [10] 蘇蓉容, 廖彥安, 余怡德, “雷射冷卻與低溫原子的非線性光譜”, *物理雙月刊* 22 卷 5 期, 443-451 (2000)。
- [11] Y. C. Chen, Y. A. Liao, and I. A. Yu, *Phys. Rev. A* **64**, 031401(R) (2001).
- [12] Y. C. Chen, Y. W. Chen, J. J. Su, J. Y. Huang, and I. A. Yu, *Phys. Rev. A* **63**, 043808 (2001).
- [13] B. J. Dalton and P. L. Knight, *J. Phys. B* **15**, 3997 (1982).
- [14] 童世光,「銩 87 原子的玻思-愛因斯坦凝結」, 清華大學碩士論文 (2001)。
- [15] L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, and C. H. Beroozzi, *Nature* **397**, 594 (1999).
- [16] S. E. Harris and L. V. Hau, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4611 (1999).
- [17] M. D. Lukin and A. Imamoglu, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1419 (2000).
- [18] C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozzi, and L. V. Hau, *Nature* **409**, 490 (2001).
- [19] D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, R. L. Walsworth, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 783 (2001).