B 介子衰變的微擾理論

李湘楠
國立成功大學物理系

前言

以下文章是根據本人在第三屆國際 B 物理與 CP 破壞學術研討會中的演講撰寫而成。研討會於 1999 年十二月初在台大舉辦。有關微擾量子色動力學的基本定理和應用，在之前的數篇文章中已做了詳盡的介紹，有興趣的讀者可參閱拙作“微擾量子色動力學簡介”（發表於物理雙月刊第 16 卷 2 期）、“B 物理與量子色動力學”（發表於國科會自然科學簡訊第 10 卷 4 期）。本文僅針對目前 B 介子衰變的理論做一比較，指出微擾量子色動力學的優點，並闡釋透過這微擾理論的應用所發掘的 B 介子衰變機制。

一、簡介

1980 年 Brodsky 和 Lepage 主張微擾量子色動力學可適用於單舉（exclusive）過程[1]，譬如 π 介子一形因子。其基本想法是因式化定理在這簡單的散射過程中成立，亦即非微擾機制可自單舉過程中分離，由 π 介子波函數吸收。餘下的部分稱爲硬振幅，可以微擾法逐階計算。波涵數不能以微擾法處理，必須從其他含 π 介子的量子色動力學過程的實驗數據粹取，或利用非微擾方法求得。因爲波函數具普適性（universality），一旦求得後，即可用以預測其他過程，所以微擾量子色動力學具有預測能力。

因式化定理說來雖然簡單，數學證明其實非常嚴謹且繁雜，因爲非微擾機制的分離必須在微擾理論全階（all order）展開下成立。因式化定理的精確度也需討論，因爲數學證明過程中，在高能量區域不重要的貢獻已被忽略了。被忽略部分的確實大小其實並不清楚，所謂高能量應高至何種程度，也有很大的爭議。

Brodsky 和 Lepage 的主張提出後，有的人贊成，有的人反對。贊成的一派認爲因式化定理的證明十分嚴謹，若存在一個 π 介子波函數使其能夠解釋 π 介子形因子的數據，便足以顯示微擾量子色動力學可適用於單舉過程。反對的一派則認爲目前實驗所涵蓋的能量範圍（小於 10 GeV^2）並不夠高，因式化定理中所忽略的部分其實很重要。他們甚至主張，能量須提升至 100 GeV^2 左右，微擾量子色動力學方可應用於單舉過程[2]。

這段紛爭至 1992 年，Sterman 教授和本人發現源自全階微擾修正的新機制——Sudakov suppression[3]，才顯露端倪。這新機制壓抑非微擾貢獻，使微擾子色動力學可應用於較低能量的過

程。後來其他國家的工作群仔細檢驗π分子形因子中高階[4]和高冪次[5]（power）的修正、波函數變化所造成的影響，本人與名古屋大學合作，對π介子參與的單舉過程的實驗數據，做全面性的探討，終於確定微擾量子色動力學適用於能量高於 30 GeV^2 左右的單舉過程。

二、B 物理

由以上的討論可知，微擾量子色動力學適用於 B 介子衰變，尤其是衰變成兩個輕介子的過程，因爲 B 介子的質量約爲 $M_B^2 \approx 30$ GeV^2，這是我們發展 B 介子衰變的微擾理論的動機。

以下將以 B 介子二體非輕子衰變爲例做一說明。非輕子衰變的機制包括因式化貢獻（只與兩個介子的運動變數相關、即形因子）和非因式化貢獻（與三個介子的運動變數皆相關），因式化貢獻又分樹圖（B 介子躍遷至輕介子的形因子）和湮滅圖（輕介子躍遷至另一輕介子的形因子）兩類。研究重介子非輕子衰變的傳統方法爲 Bauer-Stech-Wirbel (BSW)模型[6]，其想法非常簡單。假設非因式化和湮滅圖的貢獻可以忽略，則非輕子衰變振幅可表爲 B 介子的形因子與 Wilson 係數的乘積。Wilson 係數原來描述自 W 玻色子質量 M_w 至底夸克質量 M_b 的重整化群演化，但在 BSW 模型中則視爲可調參數。B 介子的形因子因含有非微擾機制，無法計算，需以模型替代，可見 BSW 模型是相當粗略的。且在因式化假設下，形因子必爲實數，與虛數部分相關的強作用相角只來自魅夸克圈圖對 Wilson 係數的貢獻，但這貢獻其實不大，亦即因式化假設忽略了其他重要的強作用相角的來源。

在微擾量子色動力學理論中[7]，因非微擾機制已被吸收至介子波函數，參與硬振幅的夸克並不產生紅外發散（即非微擾貢獻），可以是 on-shell 的，這保證微擾量子色動力學的規範不變性。因式化、非因式化和湮滅圖的貢獻皆可系統化地逐階計算，並不需因式化假設。此外，重整化群的分析不僅應用至 Wilson 係數（自 M_w 至 M_b），也應用至 M_b 至量子色動力學非微擾尺度，Λ_{QCD}，所以 Wilson 係數並不視爲可調參數，這保證微擾量子色動力學的尺度不變性。結果發現非因式化和湮滅圖產生的強作用相角約爲魅夸克圈圖的 10 倍[8]。

最後，B 介子非輕子衰變振幅的微擾量子色動力學公式如下[9]：

$A = C \otimes \phi \otimes H \otimes S$，

其中$\otimes$表示 convolution，C 爲 Wilson 係數，ϕ爲介子波函數，若 A 爲因式化貢獻，則包含兩個ϕ，若爲非因式化貢獻，則含三個ϕ，H 爲硬振幅，包括因式化和非因式化貢獻，S 描述 M_b 至Λ_{QCD}的重整化群演化，Sudakov suppression 即含於 S 之中。

三、CP 破壞

B 介子衰變成兩個輕介子的過程稱爲無魅夸克衰變，魅夸克的質量約爲 1.5 GeV，可視爲重夸克。無魅夸克衰變的一個重要議題是 CP 破壞。含魅夸克衰變主要來自樹圖的貢獻，無魅夸克衰變則同時含有樹圖與企鵝圖的貢獻。以 $B^O \to K^+\pi^-$和 $\overline{B}^o \to K^-\pi^+$衰變爲例，其振幅分別寫爲

$$A = T + Pe^{i\gamma}e^{i\delta} \tag{2}$$

$$\overline{A} = T + Pe^{-i\gamma}e^{i\delta} \tag{3}$$

其中 T(P)表示樹（企鵝）圖的貢獻，均爲實數，$\gamma(\delta)$爲弱（強）作用相角，在 CP 轉換下，強作用相

角變號，但強作用相角則否，如(2)和(3)式所示。CP非對稱 A_{CP} 定義爲

$$A_{CP}=\frac{B(\overline{B}^{o}\to K^{-}\pi^{+})-B(B^{o}\to K^{+}\pi^{-})}{B(\overline{B}^{o}\to K^{-}\pi^{+})+B(B^{o}\to K^{+}\pi^{-})} \quad (4)$$

其中

$$B(\overline{B}^{o}\to K^{-}\pi^{+})\prec|\overline{A}|^{2} \quad (5)$$

$$B(B^{o}\to K^{+}\pi^{-})\prec|A|^{2} \quad (6)$$

經由簡單的計算可得

$$A_{CP}=\frac{2TP\sin\gamma\sin\delta}{T^{2}+P^{2}+2TP\cos\gamma\cos\delta} \quad (7)$$

由上式可知，欲觀測 CP 破壞，樹圖貢獻 T、企鵝圖貢獻 P、弱作用相角 γ 、強作用相角 δ ，缺一不可。而且欲從 A_{CP} 的實驗數據粹取 γ ，必須先求得 T、P 和 δ ，所以測量這個標準模型中的基本參數 γ 的工作是非常困難的。

由之前的說明可知，微擾量子色動力學的優點在於可計算 T、P 和 δ ，其中 T、P 包含因式化和非因式化貢獻， δ 則來自非因式化和湮滅振幅的虛數部分。只需將理論預測與實驗數據對照，即可粹取相角 γ 。

四、相角 γ

本文只探討一個能夠精確粹取相角 γ 的物理量 R，其表示爲兩個 B 介子衰變分支比的比例[8]，

$$R=\frac{B(B^{o}\to K^{\pm}\pi^{\mp})}{B(B^{\pm}\to K^{o}\pi^{\pm})} \quad (8)$$

其中

$$B(B^{o}\to K^{\pm}\pi^{\mp})=\frac{1}{2}[B(\overline{B}^{o}\to K^{-}\pi^{+})+B(B^{o}\to K^{+}\pi^{-})] \quad (9)$$

$$B(B^{\pm}\to K^{o}\pi^{\pm})=\frac{1}{2}[B(\overline{B}\to K^{o}\pi^{-})+B(B^{+}\to K^{o}\pi^{+})] \quad (10)$$

由費因曼圖的分析，以上中性和帶電 B 介子衰變的主要貢獻可寫著

$$B(B^{o}\to K^{\pm}\pi^{\mp})=\left(\left|T+Pe^{i\gamma}e^{i\delta}\right|^{2}+\left|T+Pe^{-i\lambda}e^{i\delta}\right|^{2}\right)/2 \quad (11)$$

$$B(B^{\pm}\to K^{o}\pi^{\pm})=P^{2} \quad (12)$$

因爲 T 很小，若忽略 T^2 的項，(8)式可表爲

$$R=1+2\frac{T}{P}\cos\gamma\cos\delta \quad (13)$$

微擾量子色動力學的計算結果爲[8]

$$\frac{T}{P}\approx-0.4,\qquad \delta\approx30^{O} \quad (14)$$

最近的 CLEO 實驗數據爲

$$R\approx0.95 \quad (15)$$

對照(13)和(15)式可得[8]

$$\gamma\approx85^{\circ} \quad (16)$$

以上討論並未考慮數據的誤差，若考慮誤差， γ 允許的範圍仍然相當大。

另一重點是 B→K π 和 B→ $\pi\pi$ 衰變分支比的比例[8]

$$R_{\pi}=\frac{B(B^{o}\to K^{\pm}\pi^{\mp})}{B(B^{o}\to \pi^{\pm}\pi^{\mp})}$$

實驗數據爲 $R_{\pi}\approx4$。爲理解這個數據，在 BSW 模型中（即因式化假設下）， γ 必須大至 130°[10]，這個值比由其他方法獲致的值大了許多。若使用微

擾量子色動力學，可發現企鵝圖的貢獻比因式化假設下的值大了許多，所以仍可採取較小的相角 $\gamma \approx 85°$ 來解釋 R_π 的實驗數據，這是微擾量子色動力學和因式化假設一個相當重要的差異。這部分的內容過於專業，因此不再繼續申述。

五、結論

透過以上工作與所發現的重要的 B 介子衰變機制，微擾量子色動力學似乎是研究 B 物理和 CP 破壞的絕佳工具，當然仍有許多議題是微擾量子色動力學無法涵蓋的，譬如末狀態交互作用（final state interaction），在此只能假設這類交互作用的影響很小，可以忽略，日後或可利用其他適合的工具再予以探討。

參考文獻

1. G.P. Lepage and S.J. Brodsky, Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 54S; Phys. Rev. D22 (1980) 2157.
2. N. Isgur and C.H. Llewellyn Smith, Nucl. Phys. B317 (1989) 526.
3. H-n. Li and G. Sterman, Nucl. Phys. B381 (1992) 129.
4. B. Melic, B. Nizic NAD k. Passek., Phys. Rev. D60 (1999) 074004.
5. F.G. Cao, Y.B. Dai and C.S. Huang, hep-ph / 97112003.
6. M. Bauer, B. Stech and M. Wirbel, Z. Phys. C34 (1987) 103; Z. Phys. C29 (1985) 637.
7. H.Y. Cheng, H-n. Li and K.W. Yang, Phys. Rev. D60 (1999) 094005.
8. Y.Y. Keum, H-n. Li and A.I. Sanda, in preparation.
9. C.H. Chang and H-n. Li, Phys. Rev. D55 (1997) 5577.
10. W.S. Hou, J.G. Smith and F. Wurthwein, hep-ph/9910014.