

陀螺天燈轉速控制之探討

林源堂

逢甲大學機械工程學系副教授

摘要

本文以探討自然對流(free convection)的物理現象為主，為了提高研習興趣乃設計可產生迴轉運動的陀螺天燈(gyratory lantern)以觀察之。傳統天燈利用燃燒燃料加熱燈內空氣使其密度小於燈外較低溫之空氣，高溫空氣之重量較低溫空氣重量輕產生浮力使天燈向上飄。陀螺天燈除了利用自然對流原理使其上飄外，並配合角動量原理(angular momentum principle)，設計成火箭般的外型以降低空氣阻力，其四周的對稱排氣孔沿切線方向排氣產生扭力(torque)使天燈轉動。實驗結果顯示，排氣孔開度大小會影響天燈轉動的速度，為了控制陀螺天燈的轉速，適當的排氣孔開度為其必備條件。

一、前言

天燈(hot-air lantern)又名孔明燈，它是三國時代諸葛亮所發明。當年，孔明被司馬懿圍困於平陽時，已是接近糧絕，又無法派兵出城求援，於是他就算準風向，將訊息及計策繫於天燈之內，點燃後，借助風力，飄向漢軍，因而得以解圍。後來經民間流傳演化，大約於清朝道光年間，先民由大陸福建省、惠安、安溪等縣傳入台灣的台北縣、平溪鄉、十分寮地區，即基隆河的上游。據十分寮地區父老前輩的口述表示，早年於前清年間十分地區鬧過土匪，由於地處山區，所有村民都向山中逃難，等待土匪走後，留守在村中的人，就在夜間施放天燈做為信號，告知山上避難的村民，可以下山回家了，也藉此種方式向村民報平安。由於當日由山上避難回家的日子，正是農曆正月十五即是元宵節，從此以後，每年的元宵節，十分地區的村民便以放天燈的儀式

來慶祝，且向鄰村的村民互報平安。也因此十分地區的村民又稱天燈為「祈福燈」或「平安燈」。

久而久之，放天燈便是每年元宵節十分地區的特殊民俗，在一個默默無聞的小村(十分寮)承襲了此一民俗文化的衣鉢，綿延一兩百年之久。近年來由於十分地區一些少壯的有心人士出錢出力不遺餘力的推廣之下，才漸漸受到大眾的注意，經由傳播媒體的介紹，使得該項活動漸具規模，是每年元宵節，台灣北部最具有民俗色彩之文化活動。

施放天燈流行至今演變成為逢年過節、喜慶、選舉時必備的熱鬧活動，而天燈之製作沿襲古法迄今不變，對天燈之升空原理也沒有系統之分析。傳統天燈為方便製作，外觀造型多呈平頂柱狀，由於空氣阻力大，須用較大尺寸配備柴油當燃料加熱燈內的空氣，又因不具回收機構，天燈升空後任意飄揚，不僅污染空氣，且天燈不定點墜落地面焚燬，危害公共安全甚鉅。

為了使施放天燈不污染空氣和影響公共安全，具環保效益的安全天燈之開發必能收寓教於樂的效果。有鑑於此，乃計畫以物理學的觀點探討天燈運動過程，重新設計製作外型呈尖頂圓柱型的天燈，以符合流體力學中減少空氣阻力的須求。由於新設計之天燈空氣阻力小，故可採用熱值較低且不污染空氣的酒精當作燃料以加熱燈內的空氣，燈內空氣密度較燈外空氣密度小，形成自然對流產生浮力使天燈能向上運動。並於天燈圓柱體外圍四周開排氣孔，其切線方向的排氣可產生扭力，依角動量原理知此扭力可使天燈以陀螺般地迴旋運動升空。本天燈之另一特殊設計為燃料架上附有回收機構，可於任意位置定點回收重複使用。

二.原理

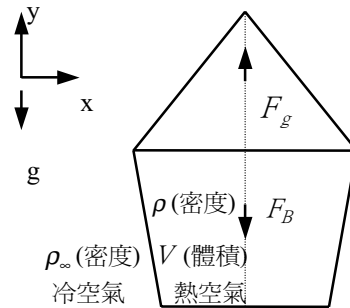
大氣環境中的水循環是利用自然對流 (free convection) 日以繼夜的進行，即平面上的河川，高山上的湖泊和海洋中的水受日照後蒸發成水汽滲入空氣中，此靠近地面之熱空氣密度較高空冷空氣之密度低，其重量較輕可產生浮力向上升至高空再凝結成雲，累積夠多水份的雲其重力大於浮力則下降成雨完成水的循環。由於熱空氣無色無味其因自然對流而向上運動的現象在日常生活中不易察覺到，而天燈則是利用燃料加熱燈內的空氣，當燈內空氣密度小於燈外空氣密度時，形成自然對流使天燈向上運動，將無形的自然對流現象轉變成有趣的科學實驗活動。

為了製作有迴轉運動的陀螺天燈，必須先推導出天燈的運動方程式，當作設計的基礎。其原理分析如下：當天燈向上運動如圖一所示依牛頓第二運動定律知忽略空氣阻力的天燈運動方程式為

$$\sum F_y = m \cdot a_y \quad (1)$$

式中 $\sum F_y$ 代表天燈在 y 方向受到之淨力，即

$$\sum F_y = F_B (\text{浮力}) - F_g (\text{重力}) \quad (2)$$



圖一：天燈之運動平衡

m 代表燈內空氣質量 m_a 與棉紙、燃料支架質量 m_f 的總質量，即

$$m = m_a + m_f \quad (3)$$

a_y 代表天燈在 y 方向的加速度，將(2)、(3)代入(1)得

$$F_B - F_g = (m_a + m_f) \cdot a_y \quad (4)$$

由阿基米德原理 (Archimedes' principle) 知浮力

$$F_B = \rho_{\infty} \cdot V \cdot g \quad (5)$$

而重力為

$$F_g = m \cdot g = (m_a + m_f) \cdot g = (\rho \cdot V + m_f) \cdot g$$

即

$$F_g = \rho \cdot V \cdot g + m_f \cdot g \quad (6)$$

將(5)、(6)代入(4)得

$$\begin{aligned} \rho_{\infty} \cdot V \cdot g - (\rho \cdot V \cdot g + m_f \cdot g) &= (m_a + m_f) \cdot a_y \\ (\rho_{\infty} - \rho) \cdot V \cdot g - m_f \cdot g &= (\rho \cdot V + m_f) \cdot a_y \end{aligned}$$

故

$$a_y = \frac{(\rho_{\infty} - \rho) \cdot V \cdot g - m_f \cdot g}{\rho \cdot V + m_f} \quad (7)$$

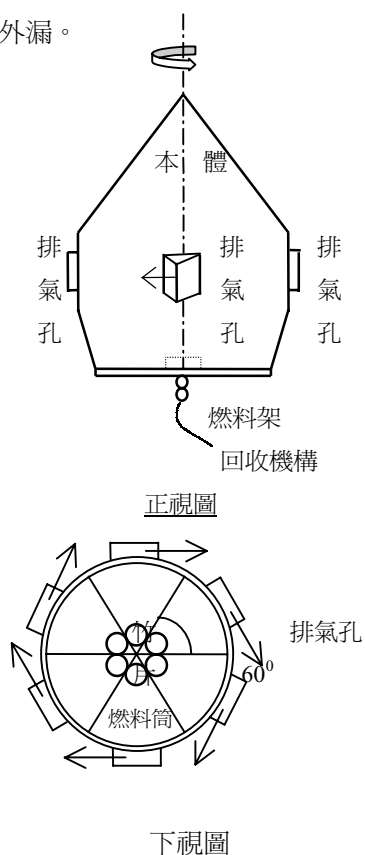
為了使天燈向上運動，其加速度須大於零，即 $a_y \geq 0$ 。由方程式(7)知 $(\rho_{\infty} - \rho)V \cdot g - m_f \cdot g \geq 0$ ，或

$\rho_{\infty} - \rho \geq m_f / V$ ，即燈內、外空氣密度差要大於總質量與燈體積之比值，天燈才能向上運動。若減少天燈總質量 m_f ，增加天燈體積 V ，則在較小之密度差 $\rho_{\infty} - \rho$ 時，也可使天燈向上運動，據此可知使用低熱值之酒精當作燃料，必須盡量減少天燈的質量或增加天燈的體積。

三. 製作

陀螺天燈主要由本體、排氣孔、燃料架和回收機構四部份組成如圖二所示。

本體部份是由圓柱體之上、下分別接合圓錐頂和截柱底構成，此種外型之天燈向上運動時空氣阻力最小；其製作步驟依圓柱圓錐和截柱展開圖剪裁棉紙後，加以接合。棉紙接合時，以外表面重疊內表面接合，接合處盡量減少，以避免燈內熱空氣不必要之外漏。



圖二：陀螺天燈的構造

排氣孔的目的在將燈內熱空氣以切線方向排出以產生扭力，使天燈上升的同時有迴轉運動。排氣孔的大小會影響轉速的快慢，排氣孔太小，排氣量不足，不能產生足夠扭力使天燈轉動；排氣孔太大，散失太多熱量，天燈浮力小於重力無法上飄。故排氣孔之開度必須適當，且應開在本體最大直徑之圓周上，以產生較大扭力。

燃料架除了須有足夠之塑性以撐開天燈本體之功能外，另須具備足夠剛性以承受燃料筒及燃料之重量也不變形之特性。燃料架採用質輕價廉之竹片為之，外框部份折成圓形以便和本體之棉紙接合；另以六根長條竹片六等分內接竹框，可用以支撐燃料筒及燃料且不致於變形。

回收機構的目的為重覆使用天燈，若天燈於空中著火燃燒，可迅速將其拉回地面定點撲滅以免發生危險。回收機構以不可燃之鐵絲環固定於燃料架上，再繫上尼龍繩以方便地面人員操控使用。

四. 實驗結果

本實驗採用之陀螺天燈其頂部至底部總高度 240 公分(cm)，底部圓形進氣孔直徑為 125 公分(cm)，天燈體積為 2.190 立方公尺(m³)。天燈圓柱體之圓周上開六個排氣孔，排氣孔出口截面積以 3.5 公分 × 8 公分的長方形截面為標準開口，標準開口之半稱為 1/2 開口，標準開口之 1/4 稱為 1/4 開口，依此類推。實驗在室內進行，室溫為 25°C，以棉花沾酒精當燃料，天燈本體含燃料架和燃料總質量為 600 公克(g)。燃料點火燃燒後燈內空氣受熱膨脹充滿燈內產生浮力向上飄，當其頂住天花板後，排氣孔沿切線方向排出熱空氣產生扭力使天燈迴轉，宛如倒立於天花板上的陀螺，可容易且準確測得轉速以算出排氣速度(= 轉速 × 圓柱半徑)。再利用熱電偶

(thermocouple)測出排氣孔所排出的熱空氣溫度，找出其密度算出排氣量(= 排氣密度 × 排氣孔截面積 × 排氣速度)後，可求的扭力(torque= 排氣量 × 排氣速度 × 圓柱半徑)。實驗數據如下：

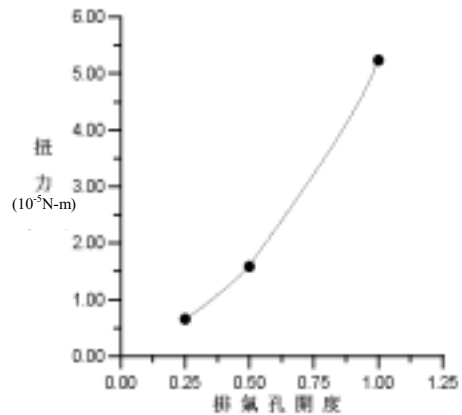
排氣孔	排氣溫度 (°C)	空氣密度 (kg/m ³)	轉速 (rpm)
0 (無排氣孔)	—	—	0
1/8 開口	122	0.88	0
1/4 開口	132	0.87	4
1/2 開口	159	0.83	4.5
1(標準開口)	170	0.77	6
1 ¹ / ₈ 開口	—	—	0

排氣孔	排氣速度 (cm/s)	扭力 (10 ⁻⁵ N·m)
0 (無排氣孔)	0	0
1/8 開口	0	0
1/4 開口	4.16	0.658
1/2 開口	4.68	1.588
1(標準開口)	6.24	5.238
1 ¹ / ₈ 開口	0	0

表一 排氣孔所排出熱空氣之特性

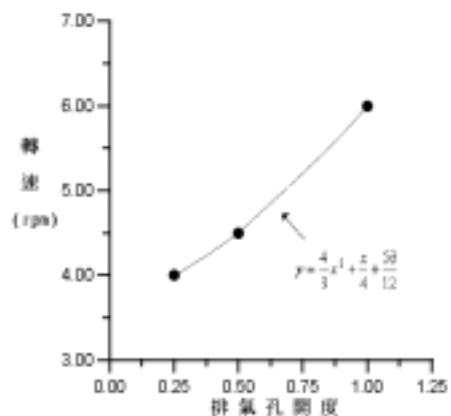
以上實驗結果得出排氣孔開度與產生之扭力關係如圖三所示，當排氣孔開度小於標準開口 1/8 時，由於排出之熱空氣太少，無法產生足夠之扭力轉動天燈，致使天燈無法迴轉；排氣孔開度大於標準開口 1/4 時，排氣產生的扭力隨排氣孔增大而增加；當排氣孔開度大於標準開口時，排氣孔排出的空氣量太大，同時也排出大量的熱，導致燈內熱空氣溫度

降低太多，使天燈浮力小於重力而無法向上運動。



圖三：排氣孔開度與產生扭力之關係

由此可知，欲控制陀螺天燈的轉速，其排氣孔的大小必須限制在標準開口的 1/8 以上，但不可比標準開口大。天燈轉速受排氣孔開度大小之影響如圖四所示，天燈轉速隨排氣孔增大成非線性增加，假



圖四：排氣孔開度與天燈轉速之關係

設轉速(rpm)為 y ，排氣孔開度為 x ，可利用二次函數 $y(x) = ax^2 + bx + c$ 表示，代入已知實驗數據：

$$y(1) = 6 \quad \rightarrow \quad a + b + c = 6 \quad (8)$$

$$y\left(\frac{1}{2}\right) = 4.5 \quad \rightarrow \quad \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c = 4.5 \quad (9)$$

$$y\left(\frac{1}{4}\right) = 4 \quad \rightarrow \quad \frac{a}{16} + \frac{b}{4} + c = 4 \quad (10)$$

解聯立方程式(8)、(9)、(10)得

$$a = \frac{4}{3}, b = \frac{1}{4}, c = \frac{53}{12}$$

，即 $y(x) = \frac{4x^2}{3} + \frac{x}{4} + \frac{53}{12}$ ，故知天燈轉速與排氣

孔開度成拋物線函數增加之關係。本天燈標準排氣孔總面積為進氣孔面積之 $1/73$ ，增加進氣孔面積可相對增加標準排氣孔面積，以增加轉速可控制的範圍。

五. 結論

傳統天燈利用燃燒燃料加熱燈內空氣使其密度小於燈外較低溫之空氣，高溫空氣之重量較低溫空氣重量輕產生浮力使天燈向上飄。陀螺天燈除了利用自然對流原理使其向上運動外，其錐頂圓柱體之火箭外型，可減少空氣阻力使浮力能載運較重的天燈本體；依附在圓柱體外圍圓周上的六個排氣孔沿切線方向排氣產生扭力使天燈以其尖頂為軸心支撐於室內天花板上作迴轉運動。

依據牛頓第二運動定律和阿基米德原理分析，天燈外冷空氣與燈內熱空氣的密度差要大於天燈總質量和體積之比值才能向上運動，故冷、熱空氣密度差愈大、天燈總質量愈小或天燈體積愈大，愈容易產生向上運動。依據角動量原理，排氣孔排出的熱空氣產生之扭力必須大於慣性才能使天燈轉動，即排氣孔開度的大小會影響天燈的迴轉運動。

實驗結果顯示，排氣孔開度在 $1/8$ 標準開口以上和標準開口以下可產生足夠之扭力使天燈轉動。此

乃因排氣孔開度小於 $1/8$ 時，排出之熱空氣量太少，產生之扭力不能克服慣性，故天燈無法轉動；排氣孔開度大於 $1/8$ 時，排出熱空氣量太多，相對也排出

大量的熱，燈內空氣接受之熱量相對減少，其溫度無法升高，導致浮力小於重力，天燈無法向上運動，更不可能產生迴轉運動。當排氣孔開度調整在可轉動天燈範圍內，由天燈轉速和排氣孔開度的關係，可推導出天燈轉速與排氣孔開度成拋物線函數關係，在可控制轉速之範圍內，有標準開口之排氣孔的天燈轉速最快。

六. 誌謝

本研究承蒙國科會 NSC89-2515-S-035-003 計畫補助，特此致謝。

七. 參考文獻

- [1] Bassam A.K. Abu-Hijleh, Waleed N.Heilen, Int.J. of Heat and Mass Transfer 42, 4225 - 4233(1999)
- [2] I. Steve Smith, Jr., and James A.Cutts, Scientific American NOV., 98-103(1999)
- [3] Kreith, F., Roberts, L.G., Sullivan, J.A., and Sinha, S.N., Int. J. Heat and Mass Transfer 6, 881-895(1963)
- [4] W.M. Leuandowski, S. Szymanski, P. Kubski, E. Radziemska, H.Bieszk, T. Wilezewsil, Int. J. Heat and Mass Transfer 42, 1895-1907(1999)
- [5] 林源堂,1999 物理教學及示範研討會,59-63(1999)