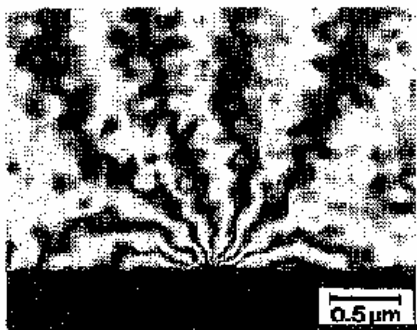


# 2003年諾貝爾物理獎得主--- 阿布里卡索夫(A. A. Abrikosov)

文 / 儒森斯坦

## 一、引言：在超導體裡的磁通量子化

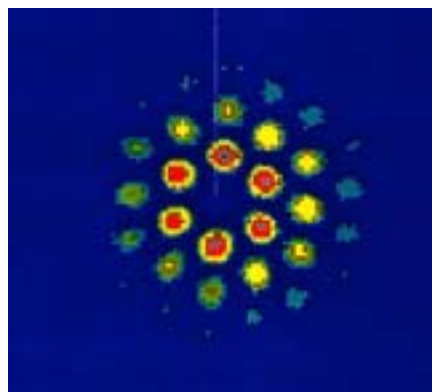
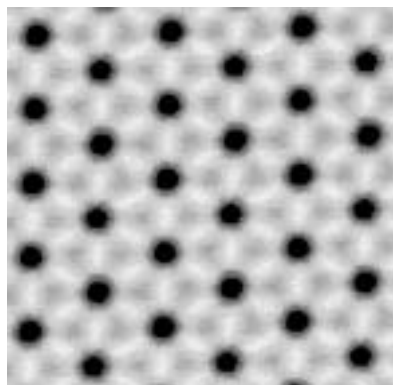
在1911年Kamerling-Onnes在世界上第一個低溫實驗室裡把金屬的溫度能夠降到很低。他們發現在4.2度時汞的電阻突然消失了。新的物態，超導態就這樣被發現了。超導體的異乎尋常磁性特性在1933年被Meissner和Ochsenfeld發現了：超導體完全排斥磁通量(理想抗磁物質，perfect diamagnetic)。我們現在叫這種完全排斥磁通量的超導體為第一類超導體(type I superconductor)。在1957年Abrikosov用Ginzburg-Landau理論預測了另類有不同的磁性特性的超導體的存在：現在稱為第二類超導(type II superconductor)。在超導時磁通量可穿透這種超導體。雖然它不是理想抗磁物質，這種材料的磁性和其他物體的磁性也不同：在穿透第二類超導時磁通量的均勻分佈變成非均勻，離散的分佈，看 electron tomography 圖一[1]。



圖一

因此在這種超導體裡磁通被量子化。這些量子化的磁通稱為Abrikosov 渦旋磁通。在

1960年Essman和Tauble用極細的鐵磁顆粒 decoration 的方法觀測到這些渦旋磁通渦旋磁通相互排斥，因此它們的排列成六角形的格子，看目前由掃描穿隧顯微鏡觀察到的(STM) 圖二 [2]。



圖二

大多數超導體應用(如超導磁鐵，SQUID)採用第二類超導體，如Nb合金。第二類超導體的研究和應用的重要性遠遠超過第一類超導。在磁場中的第二類超導體裡渦旋磁通的動

力學是最重要和熱門的研究領域。在1986年超導物理經過一個新革命。Muller和Bednorz發現了鈣鈦礦結構“高溫超導體”LaBaCuO。科學家花了六十多年的時間把低溫超導體的臨界溫度 (critical temperature,  $T_c$ ) 提高到二十度左右,但令人震驚的在一年以內鈣鈦礦結構超導體的臨界溫度從三十度提高到一百度左右。最廣泛研究和應用的材料是YBaCuO(吳茂昆, M.K. Wu *et al*, 1987,  $T_c=93K$ ) 和BiSrCaCuO(116K). 鈣鈦礦結構超導體都是強二類超導。因為溫度相當高,熱漲落(thermal fluctuations)的作用越來越重要。因此我們必須採用統計物理方法來研究在高溫超導體裡的渦旋磁通物理。新的現象,如渦旋磁通晶格的融化被觀察到[3, 4, 5, 6]。在高溫超導渦旋物質是很好控制的物態:密度,溫度,缺陷(disorder)都很容易控制。在十多年很密集研究之後,目前渦旋物質物理已經得到充份的研究。在此文章我們要簡單的綜述在渦旋物理中重要的概念以及理論方法。

## 二、超導序參量和Ginzburg – Landau理論

在 1957 年 Bardeen, Schrieffer 和 Cooper(BCS)建立了微觀的低溫超導理論。可是對介觀物理(如渦旋物理)基本上沒有辦法應用。我們需要一個唯象的有效理論。而且高溫超導大家接受的微觀理論還沒有出現。幸運的是Ginzburg 和Landau在1950年已經提出了這種唯象的理論。此理論基於Landau的一般相變理論的概念:有序參量。在超導理論序參量是一個複數場(complex field)  $\Psi(x)$ 。它的大小代表超導電子密度而它的相位代表超導體的相干特性 (coherence)。用這種有序參量他們構造出系統的自由能。從這個自由的極小化我們得到著名的Ginzburg–Landau (GL)方程。第一個方程式叫做非線性的Schrödinger方程

$$\frac{1}{2m^*} \left( -i\hbar \nabla - \frac{e^*}{c} \vec{A}(x) \right)^2 \Psi(x) + \alpha(T - T_c) \Psi(x)$$

$$+ \beta \Psi(x) |\Psi(x)|^2 = 0 \quad (1)$$

而第二個描述超導電流  $\vec{J}_s$  (supercurrent):

$$\frac{c}{4\pi} \nabla \times \vec{B}(x) = \vec{J}_s(x) \quad (2)$$

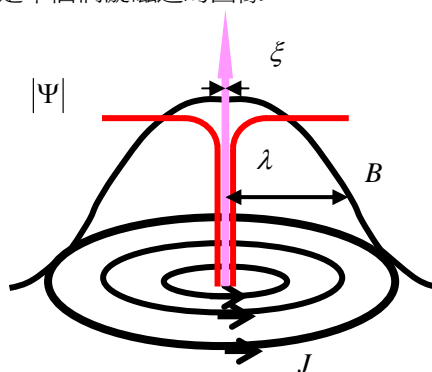
$$= \vec{J}_s - \frac{ie^* \hbar}{2m^*} \left[ \Psi^*(x) \nabla \Psi(x) - \Psi(x) \nabla \Psi^*(x) \right] - \frac{e^{*2}}{m^* c} |\Psi(x)|^2 \vec{A}(x)$$

在此方程式裡的  $m^*$ 、 $e^*$  是 Cooper pair 的質量  $m^* \approx 2m$  和電荷  $e^* \approx 2e$  在GL方程中有兩個相關的長度, 穿透深度(magnetic penetration depth)  $\lambda(T)$ , 描述磁場的改變尺度, 和相干長度(coherence length)  $\xi(T)$ :

$$\lambda^2(T) = \frac{c^2 m^* \beta}{4\pi e^{*2} \alpha |T - T_c|}; \quad \xi^2(T) = \frac{\hbar^2}{2m^* \alpha |T - T_c|} \quad (3)$$

這兩個長度的比率是超導材料的最重要參數, Landau-Ginzburg parameter  $\kappa = \lambda(T) / \xi(T)$ 。

對一類超導體 ( $\kappa < 1/\sqrt{2}$ ) 加磁場, 磁場較小時, 超導體完全排斥磁通量 (Meissner態)。當在二類超導體 ( $\kappa > 1/\sqrt{2}$ ) 磁場大於某臨界磁場  $H_{c1}$  (lower critical field), Abrikosov 渦旋磁通開始穿透超導體(mixed, Abrikosov態)。圖三是單個渦旋磁通的圖像。



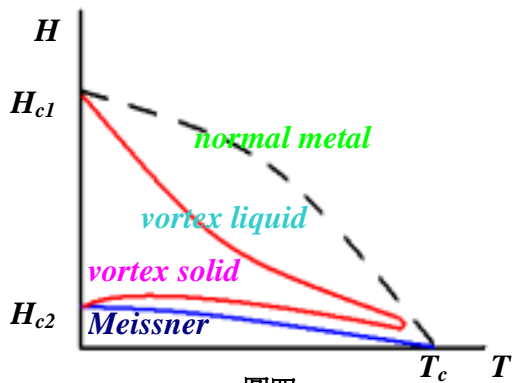
圖三: Abrikosov 渦旋解, 渦旋磁通格子

渦旋磁通量子有兩個不同的區域: 小的核心和比較大的有磁場通過的周邊區域。相干長度決定核心的大小, 而穿透深度決定周邊區域的大小。在核心的中心, 序參量消失。它的大小逐漸增加, 在核心表面增加到它的超導態裏面的值  $|\Psi(x)|$ , 在核心外面此大小不變。可是

有序參量的相位在不同角度不一樣: 如果我們

繞核心一圈，相位角增加  $2\pi$ ，跟在通常的水中的漩渦類似。在數學裏這種解叫做拓撲孤子 (topological soliton)。磁場強度的分配比較寬廣：中心的磁場最大，然後慢慢的減小。在距離中心  $\lambda(T)$  時，差不多消失。超導電流 (supercurrent) 也是集中在此區域環繞核心流動。

在 1958 年 Abrikosov 建立了超導漩渦磁通格子理論。當磁場繼續增加漩渦之間的距離變小，漩渦的相互作用變強。因為這相互作用是排斥，所以它們行成六角形的晶格(見圖二)。



圖四

在磁場大於  $H_{c2}$  (高臨界磁場, upper critical field), 漩渦之間的距離小到核心的大小, 超導就完全消失了(見圖四)。

### 三、Ginzburg 參數：熱漲落和渦旋晶格融化

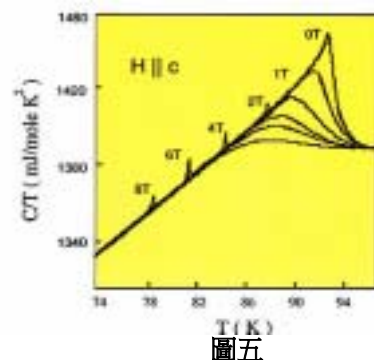
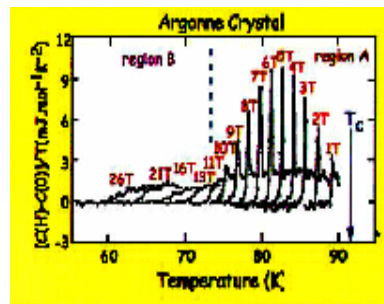
二類超導體最顯著的特徵是存在 Abrikosov 晶格。根據 Abrikosov 的原始論文中的計算, thermal fluctuation 被忽略, 晶格態處於 Meissner 態和正常態之間, 從晶格態到正常態之間的相變是二階相變; 這些預言在低溫超導體中得到完全的證實。理論上由於在低溫超導體的 Ginzburg 參數很小 (不會超過  $10^{-6}$ ),

$$Gi \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{T_c \gamma}{H_c^2 \xi^3} \right)^2$$

所以 thermal fluctuation 的影響很小, 導致漲落在實驗上不可觀測, 但是在高溫超導體情況變得完全不一樣。因為 Ginzburg-Landau 參數  $\kappa = \lambda(T)/\xi(T)$  和 anisotropy  $\gamma$  (各項異性) 參數非常大, Ginzburg 參數變得很大, 所以, 熱漲落對相圖的影響變得非常的重要。

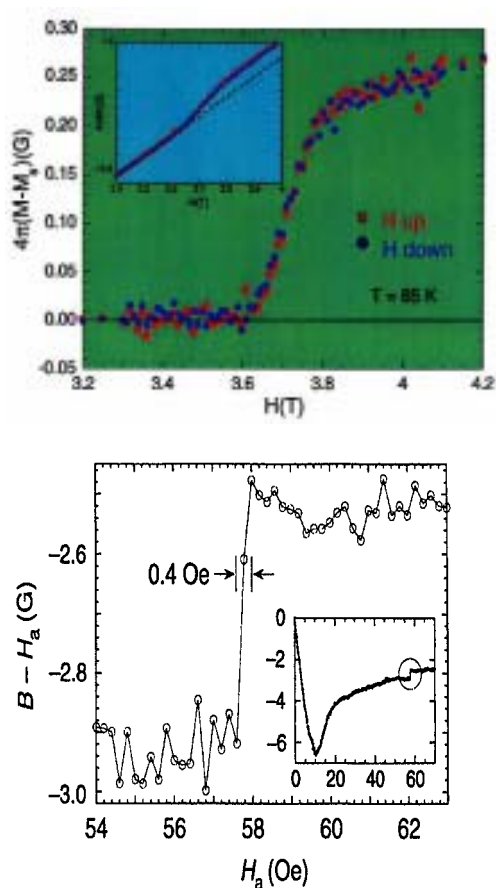
熱漲落時常會把二階相變轉化成弱一階相變, 有些人猜測 vortex lattice 也會如此: 渦旋晶格融化成渦旋液體。很久以前在 1985 年 Brezin, Nelson, Thiaville 利用重整化群中的 epsilon 展開 [6], 他們發現二階相變確實變成一階相變。但是; 他們用的展開是從六維到三維物理空間, 所以他們的理論很難用來定量的解釋物理現象。

現在毫無疑問高溫超導體中的渦旋晶格很大一部分會融化成渦旋液體, 弱一階相變是非常難以觀測的, 近年來人們用最新的技術在幾個實驗中觀測到諸多現象, 如: Zeldov *et al* 等用霍爾探針測出磁化跳躍 [3], Schilling *et al* 等觀察到潛熱峰 [4], 圖四顯示實驗中觀測到的比熱尖峰 (specific heat spike) [7], 見圖五。



圖五

圖六顯示實驗中觀測到的磁化率跳躍[3,5]，渦旋態提供了一個非常典型融化現象及一些新的物態的實驗題材，對理論工作者亦是一種新挑戰。近幾年來，不斷有新的實驗用新的技術來研究渦旋態的性質。如：在自然雜誌、科學雜誌僅僅去年就有十多篇渦旋態的理論文章如[7]。



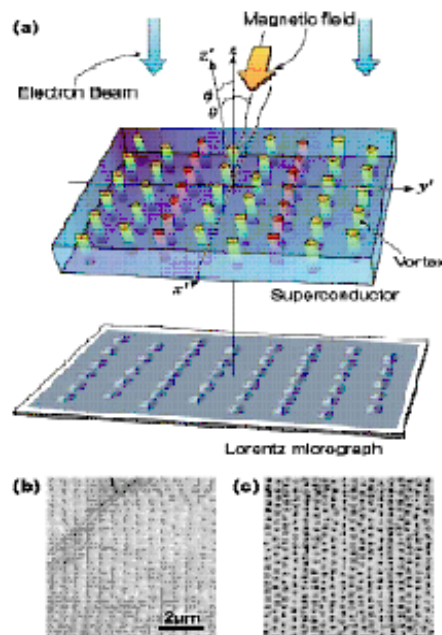
圖六

大部分描寫渦旋態的理論是定性的[8]，它們不太容易定出不同態的交界線(phase boundaries)如：Bragg玻璃態是基於渦旋格子的彈性理論(elastic theory of vortices)，Lindermann準則用來尋找融化線的位置；這些理論都是唯象及定性的。如何定量的描述渦旋物體中的不同相態及phase boundaries是一個非常困難的挑戰。我跟北京大學的李定平工作目标是提供一個這樣的定量理論，它可以用來描述YBCO型超導體的不同相態及phase boundaries特性。在最近我們的一系列

文章中[9]，二類超導體混合態的研究上，對二類超導體、Ginzburg - Landau 模型理論有些許研究—渦旋晶格態熱漲落效應及渦旋液態熱漲落效應的定量計算，YBCO型超導體渦旋晶格融化相變的定量分析。在我們的工作之前，沒有任何理論可以定量的分析YBCO型超導體渦旋晶格融化相變。在晶格態我們用傳統的微擾及variational方法來分析理論，在液態，我們用Borel-Pade方法來得到非微擾的結果。這個理論是唯一理論可以有系統的用來定量分析YBCO型超導體渦旋物質的phase diagram。我們理論上定量解釋了在實驗所觀察到的磁化強度的跳(magnetization jump)和比熱跳跟和比熱跳(specific heat jump)跟比熱尖峰(specific heat spike)，[7]，見圖五。理論結果和實驗符合得很好。

#### 四、動力學：與時間一有關的 Ginzburg-Landau 方程式，臨界電流

傳輸(transport)，光電和 Lorentz microscopy 實驗[1](看圖七)多顯示了在超導中的旋渦速度會非常高。



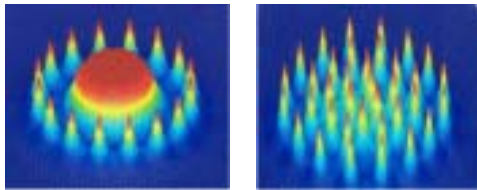
圖七

在 1966 年 Schmidt, Abrahams 和 Maki 提出了唯象的與時間一有關的 Ginzburg–Landau 方程式(TDGL)來描述這種動力學的現象：

$$\tau \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x,t) = \frac{1}{2m^*} \left( -i\hbar \nabla - \frac{e^*}{c} \vec{A}(x,t) \right)^2 \Psi(x,t) \quad (4)$$

$$+ \alpha(T - T_c) \Psi(x,t) + \beta \Psi(x,t) |\Psi(x,t)|^2$$

在此方程式裡的第一項描述摩擦力造成的 dissipation。參數  $\tau$  (relaxation time) 與在 normal state 的電阻有很密切的關係。雖然這種微分方程式的複雜度很高由於目前的計算物理發展此 TDGL 加方程變成一個有用的動力學理論方法。在圖八我們可以很看到在進入第二類超導磁通的變換[10]。它連續產生了幾個漩渦圈。



圖八

在理想的樣品中，當加上電流時，由於渦流磁通受到電流的作用力，它們開始運動，這樣就產生阻力，超導也消失了。可是在實際的樣品中，總是存在各種雜質，缺陷 (disorder)。這些雜質把渦流磁通釘紮，不能移動，樣品維持超導態。當電流增加到某臨界電流。雜質的釘紮強度已經不夠把渦流磁通束縛住，渦流磁通開始移動，超導消失了。在實際的應用中，臨界電流是最重要的參量可是到目前為止還沒有一個成功的理論。

綜合上述，Abrikosov 渦流物質提供了一個理想介觀凝態物理實驗室。它的基本理論包括 Alexei Abrikosov 和 Vladimir Ginzburg 很重要貢獻：Ginzburg–Landau 方程式，Abrikosov 渦流解，Abrikosov 渦流晶格和 Ginzburg 參數。

雖然在理論上我們有很大的進展，我們還有很多的實驗現象要解釋。我們相信，在這個領域，會有更多的實驗現象需要理論來解釋。

#### 參考資料：

- [1] A.Tonomura *et al.*, Phys.Rev.**B43**,7631 (1991); Phys. Rev. Lett. **88**, 237001 (2002)
- [2] S.K. Pan, UC Berkeley (2002), presented on NCTS “vortex matter” summer school, Hsinchu.
- [3] E. Zeldov *et al.*, Nature **375**, 373 (1995).
- [4] A. Schilling *et al.*, Nature **382**, 791 (1996).
- [5] U. Welp *et al.*, Phys. Rev. Lett. **76**, 4809 (1996); R. Liang *et al.*, Phys. Rev. Lett. **76**, 835 (1996).
- [6] E. Brezin, D.R. Nelson and A. Thiaville, Phys. Rev. B **31**, 7124 (1985). D.R. Nelson, Phys. Rev. Lett. **60**, 1973 (1988).
- [7] T. Klein *et al.*, Nature **413**, 404 (2001); E. Bouquet *et al.*, Nature **411**, 448 (2001); N. Avraham *et al.*, Nature **411**, 451 (2001).
- [8] G. Blatter *et al.*, Rev. Mod. Phys **66**, 1125 (1994); E.H. Brandt, Rep. Prog. Phys. **58**, 1465 (1995); T. Nattermann, S. Scheidl, Adv. Phys. **49**, 607 (2000).
- [9] D. Li, B. Rosenstein, Phys. Rev. Lett. **86**, 3618 (2001); Phys. Rev. **B65**, R220504, 220504 (2002); Phys. Rev. Lett. **90**, 167004 (2003).
- [10] G. Bel, Bar Ilan U (2003), presented at NCTS, Hsinchu.

---

#### 作者簡介

儒森斯坦，以色列特拉維大學物理博士，現任職國立交通大學電子物理學系教授。

Email: [baruch@vortex1.ep.nctu.edu.tw](mailto:baruch@vortex1.ep.nctu.edu.tw)