

# 黑洞物理和量子重力的全息原理

文/李淼

摘要

本文介紹黑洞物理和量子重力的全息原理，以及最新的研究進展。

物理學家費曼生前回答記者的提問時說，他餘生中最希望自己能夠解決兩個問題，其一是量子色動力學中的色禁閉問題，其二是量子重力問題。直到今天，這還是困擾物理學家的最大兩個問題。

與通常的場論不一樣，愛因斯坦的重力理論是一個高度非線性理論，與量子力學結合後，產生一些很難處理的問題。一個最為重要的問題是，當計算重力的量子漲落時，許多計算的結果是無限大，這些無限大不同於場論中的無限大，不能通過重新定義物理量如質量、牛頓常數來吸收。重力的量子問題在黑洞物理中為最有趣的體現。

黑洞是愛因斯坦重力理論，也就是廣義相對論的解。黑洞的數學存在是毋庸置疑，數十年來的天文物理的發展提供了黑洞物理存在的根據。天文觀測中可能的黑洞的質量往往很大，遠遠大於一個太陽的質量。

黑洞在理論上從來都是引人入勝的一個話題。自從貝肯斯坦 (Jacob D. Bekenstein) 在理論中證明黑洞有熵之後，每年都有許多人從不同的角度研究黑洞的量子物理。貝肯斯目前在以色列的希伯來大學 (Hebrew University) 工作。他是那種所謂的單篇工作物理學家，在 1973 年的工作之後，一直在

做與黑洞之量子物理有關的工作。除了黑洞熵之外，他另一個有名的工作是熵與能量的關係，叫貝肯斯坦上限，我們在後面會提到。有人想出一種說法來貶低那種一生只在一個方向上做研究的人，叫做：他還在改進和拋光他的博士論文。貝肯斯坦的工作決不能作如是觀，他是那種不斷有新的物理想法的人。他的所有工作中最困難的數學是積分，這並不說明他的文章易讀-他的物理思想要求你有足夠的直覺。

在 1973 年，貝肯斯坦並無量子引力理論可以利用，他是如何得到他的熵公式的呢？他用的是非常簡單的物理直覺。首先，那時有大量的證據證明在任何物理過程中，如黑洞吸收物質，黑洞和黑洞碰撞，黑洞視界的面積都不會減小。這個定律很像熱力學第二定律，該定律斷言一個封閉系統的熵在任何過程中都不會減少。貝肯斯坦於是把黑洞視界的面積類比於熵，並說明為什麼熵應正比於面積，而不是黑洞視界的半徑或半徑的三次方等等。為了決定熵與面積的正比係數，他用了非常簡單的物理直觀。設想我們將黑洞的熵增加一（這裏我們的熵的單位沒有量綱，與傳統單位相差一個波爾茲曼常數），這可以通過增加黑洞的質量來達到目的。如

果熵與面積成正比，則熵與質量的平方成正比，因為史瓦茲希爾德半徑與質量成正比。這樣，如要將熵增加一，則質量的增加與黑洞的原有質量成反比，也就是與史瓦茲希爾德半徑成反比。現在，如何增加黑洞的熵呢？我們希望在增加黑洞熵的情形下儘量少地增加黑洞的質量。光子是最“輕”的粒子，同時由於自旋的存在具有量級為一的熵。這樣，我們可以用向黑洞投入光子的方法來增加黑洞的熵。我們儘量用帶有小能量的光子，但這個能量不可能為零，因為光子如能為黑洞所吸收它的波長不能大於史瓦茲希爾德半徑。所以，當黑洞吸收光子後，它的質量的增加反比於史瓦茲希爾德半徑，這正滿足將黑洞熵增加一的要求。對比兩個公式的係數，我們不難得出結論：黑洞熵與視界面積成正比，正比係數是普朗克長度平方的倒數。

貝肯斯坦的方法不能用來決定黑洞熵公式中的無量綱係數，儘管貝肯斯坦本人給出一個後來證明是錯誤的係數。當霍金聽到關於貝肯斯坦的工作的消息時，他表示很大的懷疑。他在此之前做了大量的關於黑洞的工作，都是在經典廣義相對論的框架中，所以有很多經驗或不妨說是成見。他的懷疑導致他研究黑洞的熱力學性質，從而最終導致他發現霍金蒸發並證明了貝肯斯坦的結果。應當說，1973年當他與巴丁 (James M. Bardeen) 卡特 (B. Carter) 合寫那篇關於黑洞熱力學的四定律的文章時，他是不相信貝肯斯坦的。

不久，他發現了黑洞的量子蒸發，從而證明黑洞是有溫度的。簡單地應用熱力學第一定律，就可以導出貝肯斯坦的熵公式，並可以定出公式中的無量綱係數。由於霍金的貢獻，人們把黑洞的熵又叫成貝肯斯坦-霍金熵。霍金的最早結果發表在英國

的《自然》雜誌上，數學上更完備的結果後來發表在《數學物理通訊》。在簡單解釋霍金蒸發之前，我們不妨提一下關於中文中熵這個字的巧合。在熱力學第一定律的表述中，有一項是能量與溫度之比，也就是熵，所以早期翻譯者將 entropy 翻譯成熵。黑洞的熵恰恰也是兩個量的熵，即視界面積和普朗克長度的平方。

霍金蒸發很像電場中正負電子對的產生，而比後者多了一點繞彎 (twist)。在真空中，不停地有虛粒子對產生和湮滅，由於能量守恆，這些虛粒子對永遠不會成為實粒子。如果加上電場，而虛粒子對帶有電荷，正電荷就會沿著電場方向運動，負電荷就會沿著電場相反的方向運動，虛粒子對逐漸被拉開成為實粒子對。電場越強電子對的產生機率就越大。現在，引力場對虛粒子對產生同樣的作用，在一對虛粒子對中，一個粒子帶有正能量，另一個粒子帶有負能量。在黑洞周圍，我們可能得出一個怪異的結論：由於正能被吸引所以帶有正能的粒子掉入黑洞，而帶有負能的粒子逃離黑洞，黑洞的質量變大了。事實是，在視界附近由於引力的作用正能粒子變成負能粒子，從而可能逃離黑洞，而負能粒子變成正能粒子，從而掉進黑洞。對於遠離黑洞的人來說，黑洞的質量變小了；對於視界內的觀察者來說，掉進黑洞的粒子具有正能量也就是實粒子。黑洞物理就是這麼離奇和不可思議。

霍金蒸發是黑體譜，其溫度與史瓦茲希爾德半徑成反比，黑洞越大溫度就越小，所以輻射出的粒子的波長大多與史瓦茲希爾德半徑接近（這很像我們上面推導貝肯斯坦熵時用的光子）。當輻射出的粒子變成實粒子後，它們要克服引力作用到達無限遠處，所以黑體譜被引力場變形成為灰體譜。霍

金在《時間簡史》中坦承，當他發現黑洞輻射時，他害怕貝肯斯坦知道後拿來支持他的黑洞熵的想法。

黑洞的量子性質無疑是廣義相對論與量子論結合後給量子引力提出的最大的挑戰。我們雖然可以用霍金蒸發和熱力學第一定律推導出黑洞熵，這並不表明我們已理解了黑洞熵的起源。最近弦論的發展對理解一些黑洞熵起了很大的作用，但我們還沒有能夠理解史瓦茲希爾德黑洞的熵。另外，黑洞蒸發後遺留下來的是一個量子純態還是一個混合態，就象黑體譜一樣？如果是後者，那我們就不得不修改量子力學。

在很長一段時間內，許多人包括霍金本人認為黑洞蒸發的結果是一個混合態，所以量子力學在黑洞的存在下需要修改，因為在量子力學中一個純態的演變永遠是一個純態。研究粒子物理的人很不喜歡這個想法，因為在粒子物理中，不論一個系統如何複雜，量子力學總是正確的。特別的，上世紀末獲得諾貝爾獎的特霍夫特(G. 't Hooft)不相信這個結論。從八十年代初期，他就一直研究黑洞物理。另一個粒子物理學家，沙氏金(L. Susskind)，也認為黑洞物理不破壞量子力學，他認識到，如果不破壞量子力學，我們就要引進一些非常奇特的物念。例如，他在 1994 年引入了量子重力的全息原理，而特霍夫特在前一年也引入了這個原理。全息原理聲稱，如果要描述三維空間中的量子重力，我們不需要整個三維空間，兩維空間就足夠了。這個原理的來源就是黑洞物理。

自由度是一個基本理論的重要性質。在場論中，給定一個空間體積，原則上沒有對自由度的任何限制。場論中的紫外發散的來源就是因為任意高

能或者任意小的空間都有自由度。當重力介入，自然的想法是普朗克長度帶來距離上的限制，理論有一個紫外截斷。紫外截斷的引入使得一定空間體積中的自由度成爲有限，很類似將連續的空間變成格子，所以自由度的個數與體積成正比。普通熱力學也支持這種看法，因為一般地說能量是一個空間上的延展量，也就是說能量與體積成正比。給定一個體積和一個紫外截斷，最大的能量的載體是一個達到普朗克能標的量子。將最小能量的量子到最大能量的量子加起來，熵也與體積成正比，從而也是一個空間上的延展量。

貝肯斯坦曾經考慮一個問題：給定一個系統的尺度（假定三個空間方向上的尺度一樣大）以及一個能量，該系統最大可能的熵是多少？如果沒有引力介入，或者引力的作用是微弱的，他的結論是，熵的上限是體統的尺度乘以體統的能量。這看起來似乎與前面說的熵是空間上的延展量矛盾，因為假如能量與體積成正比，貝肯斯坦熵的上限就與尺度的四次方成正比。其實這裏沒有矛盾，因為我們還沒有計及引力的作用。當引力存在時，貝肯斯坦上限依然有效，但能量不再是空間上的延展量。這就是黑洞的作用。能量足夠大，引力使得整個系統成爲不穩定系統，系統塌縮形成黑洞。我們知道，黑洞的能量，也就是質量，與視界半徑成正比。將這個結果帶入貝肯斯坦公式，我們發現，熵的上限與系統尺度的平方成正比，也就是和黑洞的視界面積成正比，這就是貝肯斯坦－霍金熵公式。這是很奇怪的結論，黑洞的作用使得我們通常的微觀直覺失效，從而熵不再是空間延展量。由於黑洞本身是宏觀的，所以這個結論與空間的最小截斷無關。我們看到，黑洞的存在揭示量子引力的一個反直覺的性

質，微觀與宏觀不是獨立的，體系的基本自由度與宏觀體積有關。

由於貝肯斯坦－霍金熵公式中出現普朗克長度，直觀上黑洞視界似乎是一個網，每個網格的大小是普朗克長度。如果我們相信量子力學在黑洞物理中依然有效，那麼黑洞內部的所有可能為外部觀察者看到的自由度（通過霍金蒸發等過程）完全反應在視界上。特霍夫特在 1993 年猜測，這是一個全息效應，不但黑洞本身，任何一個系統在量子力學中都可以由其邊界上的理論完全描述，1994 年沙氏金將這個猜測提升為一個原理，任何含有引力的量子系統都滿足全息原理。沙氏金還提供了一些支援這個原理的直觀論證。

雖然特霍夫特本人有一段時間致力於構造類似元胞自動機模型(cellular automaton)試圖實現全息原理，在很長的一段時間內很少有人將這個原理當真。直到 1997 年底和 1998 年初，情況才徹底改變。促成改變的原始文章是馬德西納的著名文章，出現於 97 年十一月份。在 98 年二月份之前，人們對這篇文章的普遍看法是，想法很大膽，但肯定是錯的。

時至今日，馬德西納的文章已成為弦論中引用率最高的文章。馬德西納猜想經常被叫作反德西特/共形場論對偶，因為他的猜想說，一定的反德西特空間上的量子引力，準確地說，弦論或者 M 理論，對偶於比反德西特空間維度更低的共形場論。舉例來說，五維反德西特空間上的弦論對偶於四維 N 等於四超對稱規範理論。

反德西特空間是一個有著負常曲率的空間，上面的對稱群和低於這個空間一個維度的閔氏時空的共形對稱群完全一樣，後者是閔氏空間中的可能

有的最大對稱群。由於對稱性的關係，反德西特空間上的量子重力才可能等價於低一維的平坦時空中的量子場論。無疑，如果這個猜測是正確的，這個對偶性是全息原理的直接實現。

馬德西納猜想已經通過了人們能夠做到的各種檢驗。應該說，雖然我們還沒有一個完全的證明，今天幾乎沒有人再懷疑這個猜測的正確性。這個猜測之所以可能正確，最大的證據直接來自於弦論物理。其實，馬德西納猜測中的量子重力，就是弦論。他的猜測基於 1998 年前弦論中的許多重要發展，如 D 膜，用 D 膜構造的黑洞以及矩陣理論。其實，斯特勞明格(A. Strominger)和瓦法(C. Vafa)在 1996 年就用 D 膜構造了一個特殊的五維黑洞。他們發現，D 膜上的開弦激發態完全可以用來計算黑洞的熵。不但如此，如果給這個黑洞一點溫度，D 膜上開弦湮滅成閉弦的過程可以看作是霍金蒸發。這個進展說明弦論的確是一個正確的量子重力理論。由於這個進展，霍金不僅開始相信弦論，同時他放棄過去認為黑洞要求修改量子力學的想法。儘管弦論中的黑洞研究取得很大的進展，儘管馬德西納猜測將全息原理推進了一大步，我們至今還不能理解最簡單的黑洞：史瓦茲黑洞。可以預見，任何在理解史瓦茲黑洞方面取得的突破同時會帶來量子重力以及弦論研究的突破。

---

---

### 作者簡介

李焱於 1990 年從丹麥 Niels Bohr 研究所博士畢業，曾在 UC Santa Barbara, Brown 大學及芝加哥大學進行博士後研究。1999 年起成為中國科學院理論物理所正教授級研究員，並同時在台灣大學担

任客座正教授，曾獲百人計劃獎，國家傑出青年科學基金等榮譽，於 2003 年返回北京理論物理所，研究主題為弦理論，宇宙學。

Email:[mli@itp.ac.cn](mailto:mli@itp.ac.cn)

